Primer Trabajo Especial
Potencia eléctrica instantánea y serie de Fourier

Prof. José Saquimux

Objetivo. Ilustrar el uso de la serie trigonométrica de Fourier como herramienta matemática en el estudio, análisis y descripción de fenómenos y conceptos asociados a potencia eléctrica en una línea de transmisión.

Elaboracion y entrega. Realizar las actividades solicitadas en grupos de trabajo colaborativo de no más de tres integrantes. Fecha de entrega: Lunes 27/ de febrero / 2017.

Desarrollo y presentación del reporte. Los textos explicativos, fórmulas, gráficas, etc. que se requieran; deben crearse, ejecutarse y presentarse en un sistema de algebra computacional (el que prefiera).

Actividades.
Si $v(t) = \sin(\omega t)$ es el voltage e $i(t) = \sin(\omega t - \theta)$ es la corriente en una línea de transmisión eléctrica AC, la potencia instantánea se define como el producto de $v(t)$ e $i(t)$, esto es $p(t) = \sin(\omega t)\sin(\omega t - \theta)$, θ es el ángulo de desface entre v e i. Este desface es una característica de transmisión de potencia eléctrica.

1. **Gráficas de $v(t)$ e $i(t)$.**
   En un mismo sistema de coordenadas grafique $v(t) = \sin(\omega t)$ e $i(t) = \sin(\omega t - \theta)$, con $\theta = \dfrac{\pi}{8}$ y $0 \leq \omega t \leq 10$.

2. **Gráfica de la potencia instantánea $p(t) = v(t)i(t)$.**
   Grafique $p(t) = \sin(\omega t)\sin(\omega t - \theta)$, con $\theta = \dfrac{\pi}{8}$ y $0 \leq \omega t \leq 10$.
   Observando la gráfica, note que $p(t)$ es periódica, por lo que se puede determinar su serie trigonométrica de Fourier. Como el período de $v(t)$ e $i(t)$ en ωt es 2π, tome como periodo de la potencia instantánea, $T = 2\pi$.

3. **Cálculo de $a_0/2$**
   Plantee y calcule con los comandos del programa la integral de $a_0/2$, en términos de θ.

4. **Cálculo de a_n**
   Plantee y calcule con los comandos del programa la integral de a_n en términinos de θ. Debe declarar con anterioridad que n es entero. Si a_n se indefine para algún valor de n debe calcular a_n para el valor específico donde se indefine en términos de θ, (puede ser que a_2 deba calcularse por separado).

5. **Cálculo de b_n**
   Plantee y calcule con los comandos del programa la integral de b_n en términinos de θ. Debe declarar con anterioridad que n es entero. Si b_n se indefine para algún valor de n debe calcular b_n en términos de θ para el valor específico donde se indefine, (puede ser que b_2 deba calcularse por separado).

6. **La serie trigonométrica de Fourier de $p(t)$**
   Usando los coeficientes encontrados, escriba la serie trigonométria de Fourier de $p(t)$ en términos de ωt. Identifique las componentes, dc, y las armónicas prensentes.

7. **La serie obtenida con comando directo**
   Usando comando directo de su programa de computo algebraico, calcule la serie trigonométrica de Fourier de $p(t)$ y compare con la escrita en el inciso 6.

8. **Gráficas de las armónicas y componente dc**
   En un mismo sistema de coordenadas grafique la componente dc, cada una de las armónica de la serie encontradas y la gráfica de la serie de Fourier construida, con $\theta = \pi/8$ y para $0 \leq \omega t \leq 10$. Esta gráfica debe ser igual a construida en el inciso 2.

9. **Potencia media**
   De las gráficas aproxime y determine el valor de la potencia media.

10. **Potencia real o activa y potencia reactiva**
    Reescriba la serie de Fourier de $p(t)$ como:

$$p(t) = \underbrace{\frac{1}{2}\cos\theta(1 - \cos 2\omega t)}_{I} - \underbrace{\frac{1}{2}\sin\theta \sin 2\omega t}_{II}$$

    Se ha desconpuesto la potencia instantánea *total* en dos componentes *I* y *II*. La primera pulsa alrededor del mismo valor promedio identificado en el inciso 8), *y nunca se hace negativa*, y la segunda tiene valor promedio cero.
    En este caso en concreto se definen las siguientes dos cantidades:

$$P = \frac{1}{2}\cos\theta, \text{ potencia } \textit{real} \text{ o } \textit{activa}$$
$$Q = \frac{1}{2}\sin\theta, \text{ potencia } \textit{reactiva}$$

    y $p(t)$ se puede escribir de manera más compacta.

$$p(t) = P(1 - \cos 2\omega t) - Q \sin 2\omega t$$

    (Nota: trabajando con valores rms se eliminan los factores 1/2 de P y Q)
    Estos conceptos definidos son de mucha importancia en **Ingeniería de Sistemas de Energía Electrica**. Brevemente significan

    a) La potencia real P es *definida* como el valor promedio de $p(t)$ y por tanto, físicamente, significa la potencia *útil* que es transmitida. Su magnitud depende fuertemente del llamado *factor de potencia*: $\cos\theta$

    b) La potencia reactiva Q es por *definición* el valor *pico* de esa componente de potencia que viaja para adelante y para atrás sobre la línea de transmisión, resultando en promedio cero, y por tanto incapaz de hacer gtrabajo útil.

    En un mismo sistema de coordenadas, usando deslizadores dinámicos de graficación, grafique *I, II* y $p(t)$ y describa brevemente la variación de la potencia activa y la potencia reactiva, cuando θ varía en $-\pi/2 \leq \theta \leq 0$.

Referencia

Elger, O. (1973) *Electric Energy System Theory: An Introduction.* T M H Edition.