

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



Facultad de ingeniería

Departamento de Matemática

Clave Primer Parcial

Persona que realiza la clave:	Juan Carlos Contreras López
Revisada por:	Inga. Silvia Hurtarte
Curso:	Matemática Básica 1
Semestre:	Primer Semestre
Año:	2015
Fecha:	22 de abril 2015

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS

FACULTAD DE INGENIERIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

MATEMATICA BÁSICA I

PRIMER EXAMEN PARCIAL

24 de febrero de 2015

Tema 1 (30 pts.): Resuelva lo siguiente:

$$a) \frac{3}{x-4} \geq \frac{4}{x+18}$$

$$b) x^{\frac{1}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}} = 10x^{-\frac{3}{2}}$$

$$c) x^2 \geq 16$$

Tema 2 (20 pts.): En un triángulo rectángulo de catetos 6 cm y 8 cm se inscribe un rectángulo (con 2 de sus lados sobre los catetos y un vértice sobre la hipotenusa) cuya área es de 12 cm^2 .

Determine las dimensiones del rectángulo.

Tema 3 (20 pts.): Se desea producir 600ml de una solución de ácido al 45% de concentración y para ello se mezclan una solución ácida al 20% con una al 60%, ¿Qué cantidad de cada solución se necesita?

Tema 4 (15 pts.): Dos hermanos se comparten el trabajo de repartir 150 periódicos en su colonia. El niño lo hace en 50 minutos mientras su hermana lo hace en 1 hora con 10 minutos. Si deciden trabajar juntos ¿En cuánto tiempo terminarían de repartirlos?

Tema 5 (15 pts.): Un círculo se inscribe en un triángulo equilátero de lado 10 cm. Calcule el área dentro del triángulo y fuera del círculo.

Solución de examen:

Tema 1 (30 pts.): Resuelva lo siguiente:

a) $\frac{3}{x-4} \geq \frac{4}{x+18}$

b) $x^{1/2} + 3x^{-1/2} = 10x^{-3/2}$

c) $x^2 \geq 16$

Solución:

a) $\frac{3}{x-4} - \frac{4}{x+18} \geq 0$

$$\frac{3}{x-4} - \frac{4}{x+18} \geq 0 \Rightarrow \frac{3(x+18) - 4(x-4)}{(x-4)(x+18)} \geq 0$$

$$\frac{3x + 54 - 4x + 16}{(x-4)(x+18)} \geq 0 \Rightarrow \frac{-x + 70}{(x-4)(x+18)} \geq 0$$

Valores restricción y solución:

$$x = 70 ; x \neq 4 ; x \neq -18$$

<i>numero prueba</i>	-20	0	5	80
<i>intervalo</i>	$(-\infty, -18)$	$(-18, 4)$	$(4, 70)$	$(70, \infty)$
$-x + 70$	+	+	+	-
$x - 4$	-	-	+	+
$x + 18$	-	+	+	+
<i>signo resultante</i>	+	-	+	-

RESPUESTA: $(-\infty, -18) \cup (4, 70]$

b) $x^{1/2} + 3x^{-1/2} = 10x^{-3/2}$

$$x^{1/2} + 3x^{-1/2} - 10x^{-3/2} = 0$$

$$x^{1/2} * x^{3/2} + 3x^{-1/2} * x^{3/2} - 10x^{-3/2} * x^{3/2} = 0 \Rightarrow \text{multiplicando por } x^{3/2}$$

$$x^{1/2+3/2} + 3x^{-1/2+3/2} - 10x^{-3/2+3/2} = 0 \Rightarrow \text{sumando exponentes}$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

RESPUESTA: $x = 2 ; x = -5$

$$c) \quad x^2 \geq 16$$

$$x^2 - 16 \geq 0$$

$$(x + 4)(x - 4) \geq 0$$

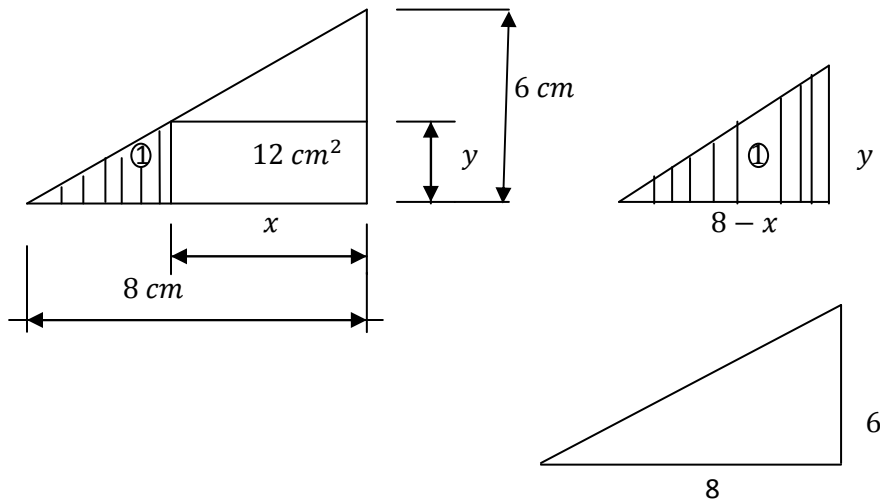
$$x = -4; \quad x = 4$$

<i>numero prueba</i>	-5	0	5
<i>intervalo</i>	$(-\infty, -4)$	$(-4, 4)$	$(4, \infty)$
$x + 4$	-	+	+
$x - 4$	-	-	+
<i>signo resultante</i>	+	-	+

RESPUESTA: $(-\infty, -4] \cup [4, \infty)$

Tema 2 (20 pts.): En un triángulo rectángulo de catetos 6 cm y 8 cm se inscribe un rectángulo (con 2 de sus lados sobre los catetos y un vértice sobre la hipotenusa) cuya área es de 12 cm^2 . Determine las dimensiones del rectángulo.

Solución:



Por semejanza de triángulos:

$$\frac{y}{6} = \frac{8 - x}{8} \quad \Rightarrow \quad 8y = 6(8 - x) \quad \Rightarrow \quad 8y = 48 - 6x$$

$$y = 6 - \frac{3}{4}x$$

Área del rectángulo:

$$x y = 12 \quad \Rightarrow \quad x \left(6 - \frac{3}{4}x \right) = 12 \Rightarrow 6x - \frac{3}{4}x^2 = 12$$

$$24x - 3x^2 = 48 \quad \text{multiplicando ambos miembros por 4}$$

$$-3x^2 + 24x - 48 = 0 \quad \text{restando ambos miembros 48}$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0 \quad \text{dividiendo por } -3$$

$$(x - 4)^2 = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ cm}$$

si $x = 4$

$$y = 6 - \frac{3}{4}x = 6 - \frac{3}{4}(4) = 3$$

$$y = 3 \text{ cm}$$

RESPUESTA:

las dimensiones del rectangulo son 4 cm de base y 3 cm de altura.

Tema 3 (20 pts.) Se desea producir 600ml de una solución de ácido al 45% de concentración y para ello se mezclan una solución ácida al 20% con una al 60%, ¿Qué cantidad de cada solución se necesita?

Solución: 600 ml con 45% de concentración

x ml con 20% de concentración

y ml con 60% de concentración

Ecuación 1: $x + y = 600 \quad \Rightarrow$ calculo basado en cantidad de ml.

$$y = 600 - x$$

Ecuación 2: $0.20x + 0.60y = 0.45(600) \Rightarrow$ calculo basado en la concentración de ácido

$$0.2x + 0.6(600 - x) = 270 \quad \Rightarrow \quad \text{sustituyendo } y \text{ en terminos de } x \text{ en la } \mathbf{Ecuación 2}$$

$$0.2x + 360 - 0.6x = 270$$

$$-0.4x = -90$$

$$x = 225 \text{ ml} \quad \Rightarrow \quad y = 600 - x$$

$$y = 600 - 225$$

$$y = 375 \text{ ml}$$

RESPUESTA: se necesita 225ml al 20% y 375ml al 60% de solución.

Tema 4 (15 pts.): Dos hermanos se comparten el trabajo de repartir 150 periódicos en su colonia. El niño lo hace en 50 minutos mientras su hermana lo hace en 1 hora con 10 minutos. Si deciden trabajar juntos ¿En cuánto tiempo terminarían de repartirlos?

Solución:

<i>trabajadores</i>	Trabajo completo	tiempo
<i>niño</i>	150 periódicos	50 minutos
<i>niña</i>	150 periódicos	70 minutos
<i>juntos</i>	150 periódicos	t

Variables:

t = tiempo que tardan juntos en repartir 150 periódicos.

$\frac{1}{50} = \text{un trabajo completo en 50 minutos.}$

$\frac{1}{70} = \text{un trabajo completo en 70 minutos.}$

$\frac{1}{t} = \text{un trabajo completo juntos en un tiempo t.}$

Desarrollo:

$$\frac{1}{50} + \frac{1}{70} = \frac{1}{t}$$

$$\frac{70 + 50}{(50)(70)} = \frac{1}{t}$$

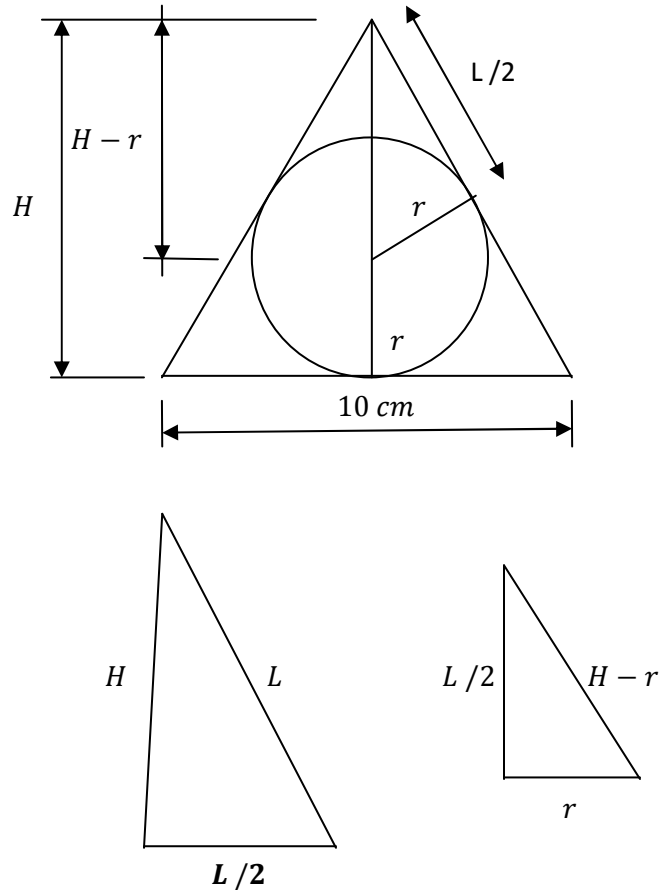
$$\frac{120}{3500} = t$$

$$t = \frac{3500}{120} = 29.17 \text{ minutos}$$

RESPUESTA: Se tardan juntos 29.17 minutos

Tema 5 (15 pts.): Un círculo se inscribe en un triángulo equilátero de lado 10 cm. Calcule el área dentro del triángulo y fuera del círculo.

Solución:



Por semejanza de triángulos:

$$\frac{H - r}{L} = \frac{r}{L/2} \Rightarrow \frac{H - r}{r} = \frac{L}{L/2} \Rightarrow \frac{H - r}{r} = 2 \Rightarrow H - r = 2r$$

$$H = 3r \Rightarrow r = \frac{H}{3}; \quad H = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}$$

$$r = \frac{5}{3}\sqrt{3}$$

$$A_{\text{sombreada}} = A_{\Delta} - A_{\text{O}}$$

$$A_{\text{sombreada}} = \frac{bh}{2} - \pi r^2 = \frac{10 * 5\sqrt{3}}{2} - \pi \left(\frac{5}{3}\sqrt{3}\right)^2 = 17.12 \text{ cm}$$

RESPUESTA: area sombreada de 17.12 cm²