UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-101-2-V-1-00-2015

CURSO:	**Matemática Básica 1**
SEMESTRE:	**Primero**
CÓDIGO DEL CURSO:	**101**
TIPO DE EXAMEN:	**Segundo Parcial**
FECHA DE EXAMEN:	**Primer Semestre 2015**
NOMBRE DE LA PERSONA QUE RESOLVIÓ EL EXAMEN:	**Brian Josue Foronda Romero**
NOMBRE DE LA PERSONA QUE REVISÓ EL EXAMEN:	**Ing. Luis Bolaños**

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

MATEMÁTICA BÁSICA 1
JORNADA VESPERTINA
18 DE MARZO DE 2015

Tema No. 1: (20 puntos) Resuelva como se indica en cada caso:

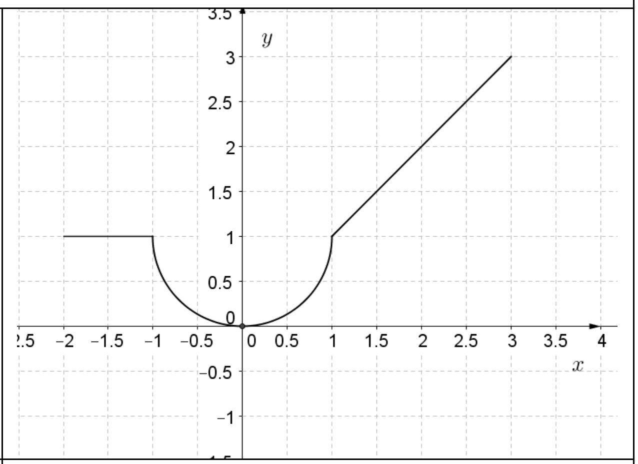
a. Para la ecuación de la circunferencia que se presenta a continuación, llévela a su forma estándar e indique las coordenadas del centro y el valor del radio.

$$4x^2 + 4y^2 - 20x + 24y - 3 = 0.$$

b. Determine la ecuación de la recta que pasa por el punto $(-4,5)$ y es perpendicular a la recta cuya ecuación es $2x - y + 7 = 0$.

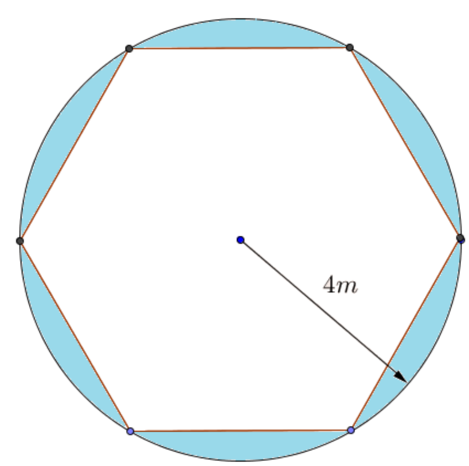
Tema No. 2: (20 puntos)
Adjunto se muestra la gráfica de la función acotada $h(x)$.
Resuelva lo que se le indica.

a. Indique el mínimo y el máximo de esta función.
b. Encuentre el valor de: $[h(2)]^2 - 3h(3)$
c. Grafique la función: $y = -2h(x+1) + 3$



Tema No. 3: (20 puntos)
En un restaurante, le piden que diseñe un acuario para peces. Se va a calcular el acuario de forma novedosa y usted propone como Ingeniero la forma geométrica siguiente: un prisma hexagonal regular recto inscrito en un cilindro circular recto de radio 4 m y de altura 3 m. Necesita calcular el volumen de agua dulce que tendrá dentro del prisma hexagonal recto y el volumen del líquido decorativo que quedará entre el prisma hexagonal regular recto y el cilindro circular recto. La gráfica adjunta muestra la cara transversal. Determine:

a) El volumen del prisma hexagonal regular recto
b) El volumen dentro del cilindro circular recto y fuera del prisma hexagonal regular recto.



Tema No. 4: (20 puntos) Dejando constancia de sus procesos, plantee el siguiente problema.
Un rectángulo se inscribe en un triángulo equilátero cuyo perímetro es 30 centímetros. Uno de los lados del rectángulo está sobre uno de los lados del triángulo. Determine las dimensiones del rectángulo con mayor área.

Tema No. 5: (20 puntos)
Dado el siguiente polinomio: $f(x) = x^7 - 8x^6 + 23x^5 - 28x^4 + 12x^3$, Entonces:

a. Determine las posibles raíces racionales
b. Aplique la Regla de Descartes, indique mediante una tabla la naturaleza posible de las raíces.
c. Mediante división sintética, calcule las raíces del polinomio.
d. Haga un esbozo de la gráfica del polinomio

SOLUCIÓN DE EXAMEN

TEMA 1 (20 puntos)

a. Para la ecuación de la circunferencia que se presenta a continuación, llévela a su forma estándar e indique las coordenadas del centro y el valor del radio.

$$4x^2 + 4y^2 - 20x + 24y - 3 = 0$$

$$(4x^2 - 20x) + (4y^2 + 24y) = 3$$

$$4\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4}\right) + 4(y^2 + 6y + 9 - 9) = 3$$

$$4\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4}\right) - 25 + 4(y^2 + 6y + 9) - 36 = 3$$

$$4\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + 4(y + 3)^2 = 64$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + (y + 3)^2 = 16$$

$$Centro:\ C\left(\frac{5}{2}, -3\right) \qquad Radio:\ r^2 = 16 \rightarrow r = 4$$

$$\boxed{\boldsymbol{Centro:\ C\left(\frac{5}{2}, -3\right)}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{Radio:\ r = 4}}$$

b. Determine la ecuación de la recta que pasa por el punto $(-4,5)$ y es perpendicular a la recta cuya ecuación es $2x - y + 7 = 0$.

Pendiente de la recta l_1 que se busca.

$$l_2: \quad 2x - y + 7 = 0$$

$$y = 2x + 7 \quad \rightarrow \quad m_2 = 2$$

Como son rectas perpendiculares sabemos que:

$$m_1\, m_2 = -1$$

Por lo cual:

$$m_1 = -\frac{1}{2}$$

Ecuación de la recta buscada:

$$l_1 \begin{cases} (-4\,,5) \\ m_1 = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Ecuación de la recta: $y - y_o = m\,(x - x_0)$

$$y - 5 = -\frac{1}{2}\,(x + 4)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 3$$

$$\boxed{\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}x + 3}}$$

<u>TEMA 2</u> (20 puntos)

a. Indique el mínimo y el máximo de esta función.

$$\boxed{\begin{array}{c} \boldsymbol{Y_{max} = 3} \\ \boldsymbol{Y_{min} = 0} \end{array}}$$

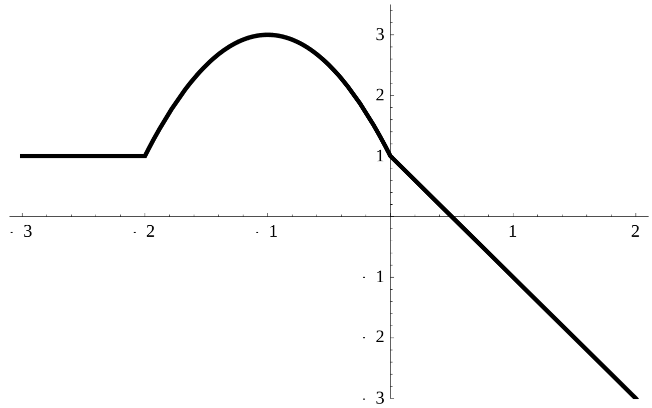
b. Encuentre el valor de: $[h(2)]^2 - 3h(3)$

$$[h(2)]^2 - 3[h(3)]$$
$$(2)^2 - 3(3)$$
$$4 - 9$$
$$-5$$

$$\boxed{\boldsymbol{[h(2)]^2 - 3h(3) = -5}}$$

c. Grafique la función: $y = -2h(x+1) + 3$

x	x-1	y	-2y	- 2y+3
-2	-3	1	-2	1
-1	-2	1	-2	1
0	-1	0	0	3
1	0	1	-2	1
2	1	2	-4	-1
3	2	3	-6	-3



<u>TEMA 3</u> (20 puntos)

a) El volumen del prisma hexagonal regular recto

Área del hexágono

$$A = \frac{P * \ a}{2}$$

En este caso por ser hexágono regular sabemos que:

$$r = l = 4\ m$$

$$a = \frac{\sqrt{3}}{2}(4) = 2\sqrt{3}$$

$$A = \frac{6\ (4) * 2\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3}\ m^2 \approx 41.569\ m^2$$

$$V = A\ h = \left(24\sqrt{3}\right) 3 = 72\sqrt{3} \approx 124.708\ m^3$$

$$\boxed{\boldsymbol{V = 72\sqrt{3} \approx 124.708\ m^3}}$$

b) El volumen dentro del cilindro circular recto y fuera del prisma hexagonal regular recto.

$$V = \pi\,(4)^2\,(3) - 72\sqrt{3}$$

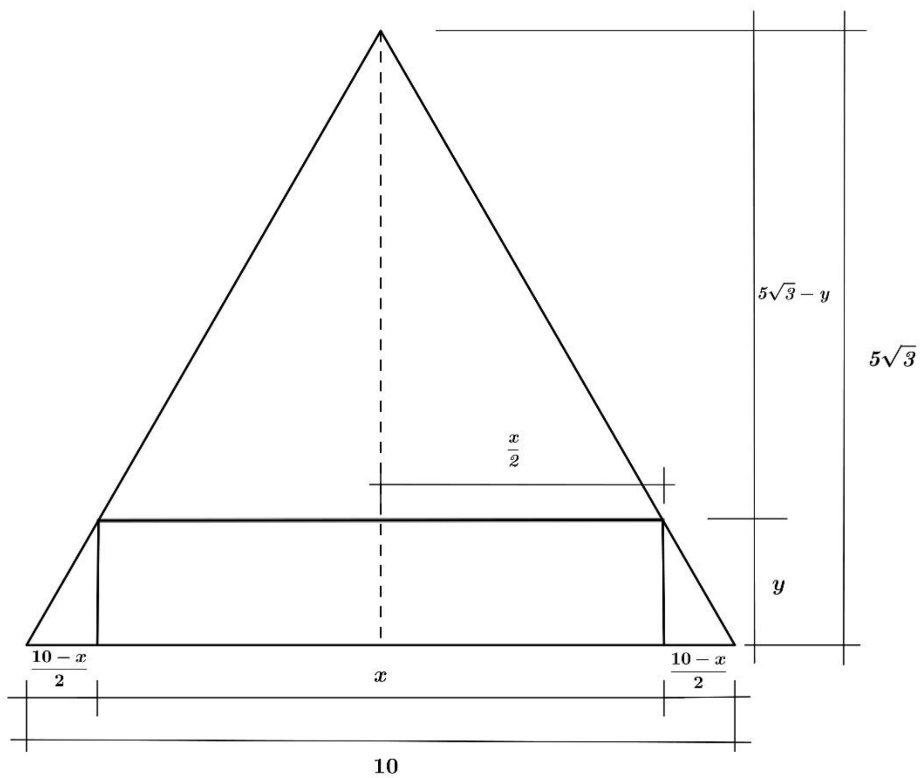
$$V = 48\,\pi - 72\sqrt{3}\,m^3$$

$$V = 26.089\,m^3$$

$$\boxed{\boldsymbol{V = 48\,\pi - 72\sqrt{3}\,m^3 \approx 26.089\,m^3}}$$

<u>TEMA 4</u> (20 puntos)

Determine las dimensiones del rectángulo con mayor área.



Por semejanza de triangulos tenemos:

$$\frac{5\sqrt{3}}{5} = \frac{5\sqrt{3} - y}{x/2}$$

$$\sqrt{3} = \frac{2\,(5\sqrt{3} - y)}{x}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x = 5\sqrt{3} - y$$

$$y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + 5\sqrt{3}$$

Área del rectangulo: $A = xy$

$$A = x\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}x + 5\sqrt{3}\right)$$

$$\boldsymbol{A(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + 5\sqrt{3}\,x}$$

Maximizando la ecuación:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{5\sqrt{3}}{2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}$$

$$x = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\boldsymbol{x = 5}$$

Sustituyendo tenemos:

$$A(5) = -\frac{\sqrt{3}}{2}(5)^2 + 5\sqrt{3}(5)$$

$$A(5) = -\frac{25}{2}\sqrt{3} + 25\sqrt{3}$$

$$\boxed{\boldsymbol{A(5) = \frac{25}{2}\sqrt{3} \approx 21.65\ cm^2}}$$

Dimensiones del rectangulo de mayor área.

TEMA 5 (20 puntos)

Dado el siguiente polinomio: $f(x) = x^7 - 8x^6 + 23x^5 - 28x^4 + 12x^3$.

a. Determine las posibles raíces racionales

Raíces nulas

$$f(x) = x^3(x^4 - 8x^3 + 23x^2 - 28x + 12)$$

$$\rightarrow x = 0 \; es \; raíz \; de \; multiplicidad \; 3$$

Posibles raíces

$$q(x) = x^4 - 8x^3 + 23x^2 - 28x + 12$$

$$\frac{p}{q} = 12, 6, 4, 3, 2, 1$$

$$x = \{\pm 12, \pm 6, \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1\}$$

$$\boxed{x = \{\pm 12, \pm 6, \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1\}}$$

b. Aplique la Regla de Descartes, indique mediante una tabla la naturaleza posible de las raíces.

Naturaleza de las raíces

$$q(x) = x^4 - 8x^3 + 23x^2 - 28x + 12$$

$$\mathbf{4 \; \textit{posibles raíces}} \; (+), \mathbf{2 \; \textit{o cero}}.$$

$$q(-x) = x^4 - 8x^3 + 23x^2 - 28x + 12$$

No hay raíces negativas

Nulas	**(+)**	**(-)**	**C**	**Total**
3	4	0	0	7
3	2	0	2	7
3	0	0	4	7

c. Mediante división sintética, calcule las raíces del polinomio.

	1	-8	23	-28	12
1		1	-7	16	-12
	1	-7	16	-12	0
2		2	-10	12	
	1	-5	6	0	

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$
$$(x-3)(x-2) = 0$$
$$x = -3$$
$$x = -2$$

Raíces:

$$x = 1$$
$$x = 2 \; mult. 2$$
$$x = 3$$
$$x = 0 \; mult. 3$$