

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-101-M-CV-1-1S-2017



CURSO:	Matemática básica 1
SEMESTRE:	Vacaciones de primer semestre
CÓDIGO DEL CURSO:	101
TIPO DE EXAMEN:	Primer Examen Parcial
JORNADA:	Matutina
RESOLVIÓ EL EXAMEN:	Walther Rodolfo Solís Portillo
DIGITALIZÓ EL EXAMEN:	Walther Rodolfo Solís Portillo
REVISÓ EL EXAMEN:	Mario De León
COORDINADOR:	Ing. José Alfredo González Díaz

PRIMER EXAMEN PARCIAL
TEMARIO A1

TEMA 1. (20 puntos)

Resuelva como corresponda en cada caso:

a) $2x^2 + 3x + 3 = 4\sqrt{2x^2 + 3x}$ b) $\frac{2}{2x+3} \leq \frac{x}{(x-2)^2}$

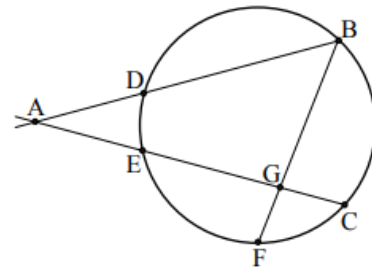
TEMA 2. (20 puntos)

Un farmacéutico debe elaborar 50 mililitros de gotas especiales para los ojos para un paciente con glaucoma. La solución de gotas para los ojos debe tener un ingrediente activo al 5%, pero el farmacéutico sólo tiene en existencia dos tipos de solución, una al 10% y otra al 2%. ¿Cuántos mililitros de cada tipo de solución debe usarse para surtir la receta?

TEMA 3. (20 puntos)

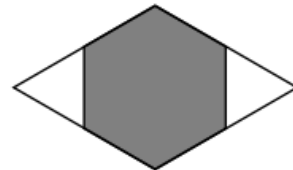
Para la figura adjunta:

DATOS	ENCONTRAR
$\angle BAC = 25^\circ$	\widehat{DE}
$\widehat{BC} = 85^\circ$	\widehat{EF}
$\angle BGC = 82.5^\circ$	\widehat{DB}
$\widehat{FC} = 45^\circ$	$\angle DBF$



TEMA 4. (20 puntos)

La figura adjunta muestra un hexágono inscrito en un rombo cuyos lados miden 12 centímetros y su diagonal mayor mide $12\sqrt{3}$ centímetros. Determine la longitud de los lados, la apotema y el área del hexágono. Calcule el área del rombo.



TEMA 5. (20 puntos)

Un depósito de 8 pies de longitud, tiene una sección transversal con la forma de un triángulo isósceles invertido, la base en la parte superior del triángulo mide 6 pies y los lados miden 5 pies, determine:

- La capacidad del depósito.
- La altura del nivel de agua cuando el volumen se de 54 pies cúbicos.
- La altura del nivel de agua cuando el área del espejo de agua es de 24 pies cuadrados.

TEMA 1

Tema 1: (20 puntos)

Resuelva como corresponda en cada caso:

(a) $2x^2 + 3x + 3 = 4\sqrt{2x^2 + 3x}$ (b) $\frac{2}{2x+3} \leq \frac{x}{(x-2)^2}$

a) $2x^2 + 3x + 3 = 4\sqrt{2x^2 + 3x}$

No.	Explicación	Operatoria
1	Se despeja la ecuación	$2x^2 + 3x + 3 = 4\sqrt{2x^2 + 3x}$ $2x^2 + 3x - 4\sqrt{2x^2 + 3x} + 3 = 0$
2	Se sustituye $u = \sqrt{2x^2 + 3x}$	$u^2 - 4u + 3 = 0$
3	Factorizamos	$(u - 3)(u - 1) = 0$ $u = 3; u = 1$
4	Regresamos a la variable original	$u = \sqrt{2x^2 + 3x}$ <p>Si $u=3$</p> $\sqrt{2x^2 + 3x} = 3$ $2x^2 + 3x = 9$ $2x^2 + 3x - 9 = 0$ $x = -3; x = 3/2$ <p>Si $u=1$</p> $\sqrt{2x^2 + 3x} = 1$ $2x^2 + 3x = 1$ $2x^2 + 3x - 1 = 0$ $x = \frac{-3 - \sqrt{17}}{4} \approx -1.7808; x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{4} \approx 0.2808$
5	Probamos las soluciones para comprobar que si satisfacen la ecuación.	Todas las soluciones verifican una identidad.

Respuesta:

$$x = \frac{-3 - \sqrt{17}}{4} \approx -1.7808; x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{4} \approx 0.2808; x = -3, x = \frac{3}{2}$$

b) $\frac{2}{2x+3} \leq \frac{x}{(x-2)^2}$

No.	Explicación	Operatoria																														
1	Despejamos y simplificamos.	$\frac{2}{2x+3} \leq \frac{x}{(x-2)^2}$ $\frac{2}{2x+3} - \frac{x}{(x-2)^2} \leq 0$ $\frac{2(x-2)^2 - x(2x+3)}{(2x+3)(x-2)^2} \leq 0$ $\frac{2(x^2 - 4x + 4) - 2x^2 - 3x}{(2x+3)(x-2)^2} \leq 0$ $\frac{2x^2 - 8x + 8 - 2x^2 - 3x}{(2x+3)(x-2)^2} \leq 0$ $\frac{8 - 11x}{(2x+3)(x-2)^2} \leq 0$																														
2	Encontramos los valores críticos.	$8 - 11x = 0$ $x = 8/11 \approx 0.7272$ $(2x+3)(x-2)^2 = 0$ $x = -\frac{3}{2}; x = 2$																														
3	Elaboramos la tabla de signos de la función derivada.	$f(x) = \frac{8 - 11x}{(2x+3)(x-2)^2}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Intervalo</th> <th>$(-\infty, -\frac{3}{2})$</th> <th>$(-\frac{3}{2}, \frac{8}{11})$</th> <th>$(\frac{8}{11}, 2)$</th> <th>$(2, \infty)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>K</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$8 - 11x$</td> <td>(+)</td> <td>(+)</td> <td>(-)</td> <td>(-)</td> </tr> <tr> <td>$2x + 3$</td> <td>(-)</td> <td>(+)</td> <td>(+)</td> <td>(+)</td> </tr> <tr> <td>$(x - 2)^2$</td> <td>(+)</td> <td>(+)</td> <td>(+)</td> <td>(+)</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>(-)</td> <td>(+)</td> <td>(-)</td> <td>(-)</td> </tr> </tbody> </table>	Intervalo	$(-\infty, -\frac{3}{2})$	$(-\frac{3}{2}, \frac{8}{11})$	$(\frac{8}{11}, 2)$	$(2, \infty)$	K	-2	0	1	3	$8 - 11x$	(+)	(+)	(-)	(-)	$2x + 3$	(-)	(+)	(+)	(+)	$(x - 2)^2$	(+)	(+)	(+)	(+)	$f(x)$	(-)	(+)	(-)	(-)
Intervalo	$(-\infty, -\frac{3}{2})$	$(-\frac{3}{2}, \frac{8}{11})$	$(\frac{8}{11}, 2)$	$(2, \infty)$																												
K	-2	0	1	3																												
$8 - 11x$	(+)	(+)	(-)	(-)																												
$2x + 3$	(-)	(+)	(+)	(+)																												
$(x - 2)^2$	(+)	(+)	(+)	(+)																												
$f(x)$	(-)	(+)	(-)	(-)																												
4	Se seleccionan los intervalos menores a cero incluyendo el valor de 8/11 donde la función vale cero.	$x \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup \left[\frac{8}{11}, 2\right) \cup (2, \infty)$																														

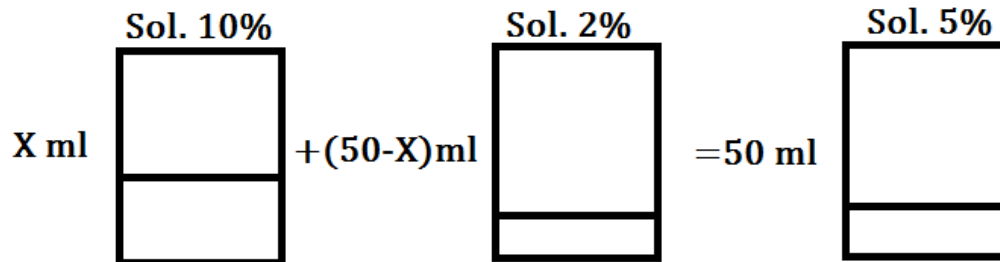
Respuesta:

$$x \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup \left[\frac{8}{11}, 2\right) \cup (2, \infty)$$

TEMA 2

Tema 2: (20 puntos)

Un farmacéutico debe elaborar 50 mililitros de gotas especiales para los ojos para un paciente con un glaucoma, la solución de gotas para los ojos debe tener un ingrediente activo al 5%, pero el farmacéutico sólo tiene en existencia dos tipos de solución una al 10% y otra al 2%. ¿Cuántos mililitros de cada tipo de solución debe usarse para surtir la receta?



No.	Explicación	Operatoria
1	Se realiza el balance para el ingrediente activo, tomando en cuenta que X son los ml de solución al 10%.	$0.10x + 0.02(50 - x) = 0.05 * 50$
2	Se resuelve la ecuación planteada.	$0.10x + 0.02(50 - x) = 0.05 * 50$ $0.10x + 1 - 0.02x = 2.5$ $0.08x = 1.5$ $x = \frac{1.5}{0.08}$ $x = 18.75 \text{ ml}$
3	Encontramos los ml de solución al 2%	$50 - x$ $50 - 18.75$ 31.25 ml

Respuesta:

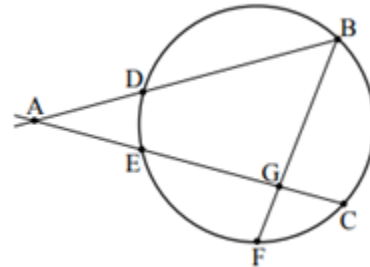
Se debe agregar 18.75ml de solución al 10% y 31.25ml de solución al 2%.

TEMA 3

Tema 3: (20 puntos)

Para la figura adjunta:

DATOS	ENCONTRAR
$\angle BAC = 25^\circ$	\widehat{DE}
$\widehat{BC} = 85^\circ$	\widehat{EF}
$\angle BGC = 82.5^\circ$	\widehat{DB}
$\widehat{FC} = 45^\circ$	$\angle DBF$



No.	Explicación	Operatoria
1	Colocamos los ángulos conocidos.	
2	Como A es un punto fuera del círculo tenemos la siguiente relación donde podemos despejar \widehat{DE}	$\angle BAC = \frac{\widehat{BC} - \widehat{DE}}{2}$ $25^\circ = \frac{85^\circ - \widehat{DE}}{2}$ $\widehat{DE} = 85^\circ - 50^\circ$ $\widehat{DE} = 35^\circ$
3	Como G es un punto dentro del círculo tenemos la siguiente relación donde podemos despejar \widehat{EF}	$\angle BGC = \frac{\widehat{BC} + \widehat{EF}}{2}$ $82.5^\circ = \frac{85^\circ + \widehat{EF}}{2}$ $\widehat{EF} = 165^\circ - 85^\circ$ $\widehat{EF} = 80^\circ$
4	Como la suma de todos los arcos de un círculo es igual a 360° , se puede despejar el arco \widehat{DB} de la ecuación.	$360^\circ = \widehat{DB} + \widehat{DE} + \widehat{EF} + \widehat{FC} + \widehat{BC}$ $\widehat{DB} = 360^\circ - \widehat{DE} - \widehat{EF} - \widehat{FC} - \widehat{BC}$ $\widehat{DB} = 360^\circ - 35^\circ - 80^\circ - 45^\circ - 85^\circ$ $\widehat{DB} = 115^\circ$
5	Como B es un punto en la circunferencia, el arco \widehat{DF} es el doble del ángulo $\angle DBF$	$2 * \angle DBF = \widehat{DF}$ $2 * \angle DBF = \widehat{DE} + \widehat{EF}$ $\angle DBF = (35^\circ + 80^\circ) / 2$ $\angle DBF = 57.5^\circ$

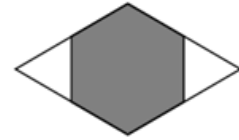
Respuesta:

$$\widehat{DE} = 35^\circ; \widehat{EF} = 80^\circ; \widehat{DB} = 115^\circ; \angle DBF = 57.5^\circ$$

TEMA 4

Tema 4: (20 puntos)

La figura adjunta muestra un hexágono inscrito en un rombo cuyos lados miden 12 centímetros y su diagonal mayor mide $12\sqrt{3}$ centímetros. Determine la longitud de los lados, la apotema y el área del hexágono. Calcule el área del rombo.



No.	Explicación	Operatoria
1	Dibujamos el diagrama identificando el centro, las diagonales del rombo y los lados del hexágono. Observando que la distancia del centro a un vértice del hexágono es igual a un lado del hexágono, debido a que se forman triángulos equiláteros.	
2	Aplicando el teorema de Pitágoras para el triángulo que se forma con las diagonales del rombo y su lado.	$x^2 + (6\sqrt{3})^2 = 12^2$ $x^2 + 108 = 144$ $x^2 = 144 - 108$ $x^2 = 36$ $x = 6$ <p>Lado del hexágono = 6 cm</p>
3	El apotema del hexágono es la altura del triángulo equilátero de lado 6	$a = \frac{\sqrt{3}}{2} (6)$ $a = 3\sqrt{3}$ <p>Apotema = $3\sqrt{3}$ cm</p>
4	El área del hexágono es perímetro por apotema dividido 2.	$A = \frac{P * a}{2}$ $A = \frac{6 * 6 * 3\sqrt{3}}{2}$ $A = 54\sqrt{3}$ <p>Área del hexágono = $54\sqrt{3}$ cm²</p>

Respuesta:

Lado del hexágono = 6 cm

Apotema = $3\sqrt{3}$ cm

Área del hexágono = $54\sqrt{3}$ cm²

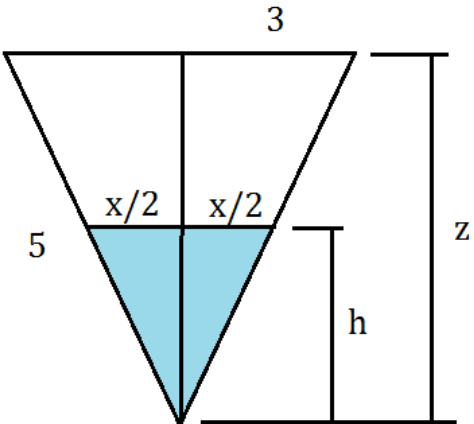
TEMA 5

Tema 5: (20 puntos)

Un depósito de 8 pies de longitud, tiene una sección transversal con forma de un triángulo isósceles invertido, la base en la parte superior del triángulo mide 6 pies y los lados miden 5 pies, determine:

- La capacidad del depósito
- La altura del nivel de agua cuando el volumen es de 54 pies cúbicos.
- La altura del nivel de agua cuando el área del espejo de agua es de 24 pies cuadrados.

a)

No.	Explicación	Operatoria
1	Elaboramos el diagrama del problema.	
2	Encontramos la altura del depósito con Pitágoras	$z = \sqrt{5^2 - 3^2}$ $z = 4 \text{ pies}$
3	Encontramos la capacidad del depósito multiplicando el área de la cara por la longitud.	$V = A * L$ $V = \frac{1}{2} b * z * L$ $V = \frac{1}{2} * 6 * 4 * 8$ $V = 96 \text{ pies}^3$

b)

4	Por triángulos semejantes	$\frac{x/2}{3} = \frac{h}{4}$ $\frac{x}{6} = \frac{h}{4}$ $x = \frac{3h}{2}$
5	El volumen de agua a un nivel h es entonces	$V = \frac{1}{2} x * h * L$ $V = \frac{1}{2} * \frac{3h}{2} * h * 8$ $V = 6h^2$

6	Si $V=54$ pies ³	$54 = 6h^2$ $h = \sqrt{\frac{54}{6}}$ $h = 3 \text{ pies}$
---	-----------------------------	--

c)

7	El área del espejo es el área del rectángulo que se forma de lado x y de largo 8	$A = x * 8$ $A = \frac{3}{2}h * 8$ $A = 12h$
8	Si el área es de 24 pies ²	$A = 24$ $12h = 24$ $h = 2 \text{ pies}$

Respuesta:

- a) $V = 96 \text{ pies}^3$
- b) $h = 3 \text{ pies}$
- c) $h = 2 \text{ pies}$