UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-116-1-V-2-00-2017_sR

CURSO:	**Matemática Aplicada 3**
SEMESTRE:	**Segundo**
CÓDIGO DEL CURSO:	**116**
TIPO DE EXAMEN:	**Primer Examen Parcial**
FECHA DE EXAMEN:	**01 de septiembre de 2018**
RESOLVIÓ EL EXAMEN:	**Ing. José Alfredo González Díaz**
DIGITALIZÓ EL EXAMEN:	**Juan Ramón Veleche Brán**
COORDINADOR:	**Ing. José Alfredo González Díaz**

Universidad de San Carlos de Guatemala **Departamento de Matemática**
Facultad de Ingeniería **Matemática Aplicada 3**

PRIMER EXAMEN PARCIAL

Instrucciones: DEJE CONSTANCIA DE LAS ITERACIONES COMPLETAS A MANO, DESPUÉS USE LA CALCULADORA PARA VERIFICAR SU RESPUESTA. No se permiten formularios, uso de celulares ni préstamo de calculadoras.

TEMA 1 (20 puntos)

Escriba en su cuadernillo especificando el inciso al que corresponda su respuesta, (V) si la afirmación que se le presenta es cierta, y escriba (F) si es falsa:

a) Algoritmo es una serie de pasos a seguir en forma inequívoca para obtiene la solución de un problema ( )
b) La diferencia entre un algoritmo estable y uno inestable, es que en el estable cambios pequeños en los datos originales generan cambios igualmente pequeños en los valores solución ( )
c) La regla de aproximación cuando se tiene un 5, es que si el anterior es par se aproxima, si es impar no se aproxima ( )
d) El método de Newton es el llamado de búsqueda binaria, y se basa en el teorema de valor intermedio donde $f(a)$ y $f(b)$ tienen signos opuestos ( )
e) El error relativo es la proporción entre la diferencia en forma absoluta del valor real y su aproximación con la forma absoluta del valor real ( )

TEMA 2 (40 puntos)

La siguiente expresión tiene un posible máximo o mínimo entre el intervalo cerrado $[1.8,\ 2.6]$, si $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

a) Utilice el método de Bisección para aproximar la cuarta iteración, detalle sus iteraciones y cada elemento de su respectiva tabla.
b) Con la cuarta iteración del inciso anterior trabaje el método de Newton para aproximar el valor solución, cumpliendo con una tolerancia menor a 0.01,m detalle sus iteraciones y cada elemento de su respectiva tabla.

TEMA 3 (40 puntos)

Encontrar el valor aproximado para la cuarta iteración, si se sabe que la raíz se encuentra dentro del intervalo $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ utilice cuatro cifras decimales $f(x) = \cos x - x$

a) Utilizar el método de la Secante, detalle sus iteraciones y cada elemento de su respectiva tabla.
b) Use el método de la Posición Falsa, detalle sus iteraciones y cada elemento de su respectiva tabla.

SOLUCIÓN DEL EXAMEN

Tema 1: 20 puntos

No.	Explicación	Operatoria
A	Un algoritmo es un procedimiento que describe, sin ambigüedad, una sucesión finita de pasos a realizar en un orden específico.	V
B	En algoritmo estable, los errores debidos a la aproximación se atenúan a medida que la computación procede.	V
C	Cuando el número que está a la izquierda del 5 es impar se procede a aproximar a la siguiente cifra tal número, pero si es impar tal número se queda igual.	F
D	El método de bisección es el método que también puede ser llamado búsqueda binaria, ya que se base en el teorema del valor medio.	F
E	El error relativo es la proporción entre el error absoluta y el valor absoluto del valor real.	V

Tema 2: 40 puntos.

Dada la función, $\mathrm{f(x)} = x^3 - 3x^2 + 1$, tiene un posible máximo o mínimo entre el intervalo cerrado [1.8, 2.6]

a) Utilice el método de Bisección para aproximar la cuarta iteración, detalle sus iteraciones y cada elemento de su respectiva tabla.

No	**EXPLICACION**	**OPERATORIA**
1	Entrada del algoritmo, valor a y b; número máximo de iteraciones	$\mathrm{a} = 1.8, \mathrm{b} = 2.6, \mathrm{N} = 4$
2	Paso 1: i=1, determinar el valor de f(a)	$\mathrm{f(a)} = 1.8^3 - 3(1.8)^2 + 1 = -2.88800$
3	Paso 2: Mientras i sea menor al número de iteraciones, hacer pasos del 3 al 5	$1 < 4, Si$
4	Paso 3: calcular el valor de P	$\mathrm{P} = \mathrm{a} + \frac{(b-a)}{2} = 1.8 + \frac{(2.6-1.8)}{2} = 2.2$
5	Calcular f(p)	$\mathrm{f}(P) = 2.2^3 - 3(2.2)^2 + 1 = -2.007200$
6	Paso 4: aumente en uno el contador i	$i = i + 1$
7	Paso 5: si f(a)*f(P)>0 entonces a=P Si no b=P (f(a) no cambia)	Siendo f(a) = -2.88800 y f(P)=-2.007200 $f(a) * f(P)\ es\ mayor\ a\ cero$ $a = 2.2$

Tabla de iteraciones:

Iteración	Valor de a	f(a)	Valor de b	Valor P	f(p)
1	1.8	-2.888000	2.6	2.2	-2.872000
2	2.2	-2.872000	2.6	2.4	-2456000
3	2.4	-2456000	2.6	2.5	-2.125000
4	2.5	-2.125000	2.6	2.55	-1926125

Valor de la cuarta iteración **P = 2.55**

b) Con la cuarta iteración del inicio anterior trabaje el método de Newton para aproximar el valor solución, cumpliendo con una tolerancia menor a 0.01 detalle sus iteraciones y cada elemento de su respectiva tabla.

No	**EXPLICACION**	**OPERATORIA**
1	Calcular f'(x)	$f'(x) = 3x^2 - 6x$
2	Entrada del algoritmo Po; Tolerancia; número de iteraciones máximas	$P_0 = 2.55; Tol < 0.01; 5$
3	Paso 1: i=1	$i = 1$
4	Paso 2: Mientras i sea menor al número de iteraciones, hacer pasos del 3 al 6	$1 < 5, Si$
5	Paso 3: calcular el valor de P	$\mathrm{P} = P_0 - \frac{f(P_0)}{f'(P_0)} = 2.55 - \frac{f(2.55)}{f'(2.55)} = 3.007783$
6	Paso 4: $\|P - P_0\| < TOL$	$\|2.55 - 3.007783\| = 0.457783 < 0.01, NO$ Se sigue iterando
7	Paso 5: aumente en uno el contador i	$i = i + 1$

8	Paso 6: $P_0 = P$	$P = 3.007783$

Tabla de iteraciones:

Iteración	Valor de P	Valor de P_0	$\lvert P - P_0 \rvert < TOL$
1	2.55	3.007738	0.457738
2	3.007738	2.890073	0.117665
3	2.890073	2.879469	0.010604
4	2.879469	2.871094	$8.375x10^{-3}$

Solución del problema: **P = 2.871094**

Tema 3: 40 puntos

Encontrar el valor aproximado para la cuarta iteración, si se sabe que la raíz se encuentra dentro del intervalo $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ utilice cuatro cifras decimales $f(x) = \cos(x) - x$

a) Utilizar el método de la Secante, detalle sus iteraciones y cada elemento de su respectiva tabla.

No	**EXPLICACION**	**OPERATORIA**
1	Entrada del algoritmo $P_0; P_1$	$P_0 = \frac{\pi}{6};\ P_1 = \frac{\pi}{3}$
2	Paso 1: Calcular los valores de $q_0\ y\ q_1$, i=2	$q_0 = f(P_0) = f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.342427$ $q_1 = f(P_1) = f\left(\frac{\pi}{3}\right) = -0.547198$
3	Paso 2: Mientras i<4 hacer pasos de 3-5	$1 < 5, Si$
4	Paso 3: Calcular el valor de P	$P = P_1 - \frac{q_1(P_1 - P_0)}{(q_1 - q_0)}$ $P = \frac{\pi}{3} - \frac{(-0.547198)\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right)}{(-0.547198 - 0.342427)} = 1.369257$
5	Paso 4: aumentar el contador de i	$i = i + 1$
6	Paso 5: asignación de los nuevos valores	$P_0 = P_1 = \frac{\pi}{3}$ $q_0 = q_1 = -0.547198$ $P_1 = P = 1.369257$ $q_1 = f(p)$=-1.169079

Tabla de iteraciones:

Iteración	Valor de P_0	Valor de q_0	Valor de P_1	Valor de q_1	Valor de P
1	$\frac{\pi}{6}$	0.342427	$\frac{\pi}{3}$	-0.547198	1.369257
2	$\frac{\pi}{3}$	-0.547198	1.369257	-1.169079	0.763815
3	1.369257	-1.169079	0.763815	-0.041612	0.741470
4	0.763815	-0.041612	0.741470	$-4.4458x10^{-3}$	0.7435394

Solución del problema: **P = 0.743594**

b) Use el método de la Posición Falsa, detalle sus iteraciones y cada elemento de su respectiva tabla.

No	**EXPLICACION**	**OPERATORIA**
1	Entrada del algoritmo P_0; P_1	$P_0 = \frac{\pi}{6};\ P_1 = \frac{\pi}{3}$
2	Paso 1: Calcular los valores de $q_0\ y\ q_1$, i=2	$q_0 = f(P_0) = f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.342427$ $q_1 = f(P_1) = f\left(\frac{\pi}{3}\right) = -0.547198$
3	Paso 2: Mientras i<4 hacer pasos de 3-5	$1 < 5, Si$
4	Paso 3: Calcular el valor de P	$P = P_1 - \frac{q_1(P_1 - P_0)}{(q_1 - q_0)}$ $P = \frac{\pi}{3} - \frac{(-0.547198)\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right)}{(-0.547198 - 0.342427)} = 1.369257$

5	Paso 4: aumentar el contador de i, Calcular f(P)	$i = i + 1$ $f(1.369257) = -1.169079$
6	Si $q * q_0 < 0$ entonces $P_0 = P_1$ $q_0 = q_1$	$(-1.169079) * (-0.547198) < 0, NO$ Seguir con los valores de $P_0\ y\ q_0$ iniciales.
7	Tome $P_0 = P_1$ $q_0 = q_1$	$P_1 = P = 1.369257$ $q_1 = q$ =-1.169079

Tabla de iteraciones:

Iteración	Valor de P_0	Valor de q_0	Valor de P_1	Valor de q_1	Valor de P
1	$\frac{\pi}{6}$	0.342427	$\frac{\pi}{3}$	-0.547198	1.369257
2	$\frac{\pi}{6}$	0.342427	1.369257	-1.169079	0.715180
3	1.369257	-1.169079	0.715180	0.0397957	0.736712
4	-1.369257	-1.169079	0.736712	$3.9696x10^{-3}$	0.738852

Solución del problema: **P = 0.738852**