UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-118-2-V-2-00-2017

CURSO:	**Matemática Aplicada 1**
SEMESTRE:	**Segundo**
CÓDIGO DEL CURSO:	**118**
TIPO DE EXAMEN:	**Tercer parcial**
FECHA DE EXAMEN:	**Octubre de 2017**
RESOLVIÓ EL EXAMEN:	**José Carlos Orozco de León**
REVISÓ EL EXAMEN:	**Ing. Douglas Kennedy Román**
COORDINADOR:	**Ing. José Alfredo González Díaz**

Octubre de 2017 Tercer parcial

NOTA: El examen se realiza durante el período de clase y tiene duración de 50 minutos.

Tema 1: 30 puntos.

Obtenga la solución del sistema usando valores y vectores propios

$$x' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x \qquad \lambda = 0 \qquad \lambda = \pm i$$

Tema 2: 30 puntos.

Obtenga la solución del sistema usando valores y vectores propios

$$\frac{dx}{dt} = 3x - y$$

$$\frac{dy}{dt} = 9x - 3y$$

Tema 3: 30 puntos.

Complete los datos y obtenga la solución del sistema con valores y vectores propios:

$$\frac{dx}{dt} = x - 2y + 2z$$

$$\frac{dy}{dt} = -2x + y - 2z$$

$$\frac{dz}{dt} = 2x - 2y + z$$

$$\lambda = 5 \ \rightarrow \ \bar{K} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \qquad \lambda = -1 \ , \quad \lambda = -1 \quad \rightarrow vectores\ propios?$$

Tema 4: 20 puntos.
Determine si el vector es solución del sistema (Deje constancia de sus procedimiento)

$$\frac{dx}{dt} = x + y \qquad x = \left[\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} cost - \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} sent\right] e^{2t}$$

$$\frac{dy}{dt} = x - 2y$$

Universidad de San Carlos de Guatemala | **Departamento de Matemática**
Facultad de Ingeniería | **Matemática Aplicada 1**

SOLUCIÓN DEL EXAMEN

Tema 1: 30 puntos

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se procede a operar el sistema, utilizando el teorema	$\boldsymbol{\lambda = 0}$ $x' = \begin{bmatrix} 0-\lambda & 0 & 1 \\ 0 & 0-\lambda & -1 \\ 0 & 1 & 0-\lambda \end{bmatrix}$
2.	Dado que $\lambda = 0$, queda la matriz original del sistema, la cual será la matriz a trabajar. Se obtiene el vector K	$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right)\begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} \to \begin{array}{r} k_3 = 0 \\ -k_3 = 0 \\ k_2 = 0 \end{array}$ $si \quad k_1 = 1 \qquad \overline{K} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
3.	Se trabaja con $\lambda = i$, la que será la matriz a trabajar. Se obtiene el vector K	$\boldsymbol{\lambda = i}$ $\left(\begin{array}{ccc|c} -i & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -i & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -i & 0 \end{array}\right)\begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} \to \begin{array}{r} -ik_1 + k_3 = 0 \\ -ik_2 - k_3 = 0 \\ k_2 - ik_3 = 0 \end{array}$ $si \quad k_1 = 1 \qquad \overline{K} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ i \end{bmatrix}$
4.	**Respuesta**	$\boldsymbol{x = c_1\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2\left[\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} cost - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} sent\right] + c_3\left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} cost + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} sent\right]}$

TEMA 2: 30 Puntos

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se procede a operar el sistema utilizando el teorema, para encontrar el valor de lambda	$x' = \left[\begin{array}{cc\|c} 3 & -1 & 0 \\ 9 & -3 & 0 \end{array}\right]$ $\quad x' = \begin{bmatrix} 3-\lambda & -1 \\ 9 & -3-\lambda \end{bmatrix}$ $(3-\lambda)(-3-\lambda)+9=0$ $\lambda = 0 \quad multiplicidad\ 2$
2.	Se procede a realizar el sistema, para encontrar los vectores propios de K	$\lambda = 0$ $\left[\begin{array}{cc\|c} 3 & -1 & 0 \\ 9 & -3 & 0 \end{array}\right]\begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{c} 3k_1 - k_2 = 0 \\ 9k_1 - 3k_2 = 0 \end{array}$ $Asumiendo\ el\ valor\ k_1 = 1 \qquad \bar{k} = \binom{1}{3}$
3.	Utilizando el teorema, se plantea la matriz. Se iguala a los valores encontrados anteriormente de K y se procede a encontrar los valores de P	$(A-\lambda I)\bar{p} = \bar{k} \implies (A - \lambda I \mid \bar{k})$ $\lambda = 0$ $\left[\begin{array}{cc\|c} 3 & -1 & 1 \\ 9 & -3 & 3 \end{array}\right]\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{c} 3p_1 - p_2 = 1 \\ 3p_1 - 1 = p_2 \end{array}$ $Asumiendo\ el\ valor\ p_1 = 1 \qquad \bar{p} = \binom{1}{2}$
4.	**Respuesta**	$\boldsymbol{x = c_1 \binom{3}{1} + c_2 \left[\binom{1}{3} t + \binom{1}{2}\right]}$

TEMA 3: 20 puntos

No.	Explicación	Operatoria
1.	Dado el sistema de ecuaciones dado y los vectores propios proporcionados por el problema	$x' = \left[\begin{array}{ccc\|c} 1 & -2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right]$ $\begin{array}{c} \lambda = -1 \\ \lambda = -1 \\ \lambda = 5 \end{array}$
2.	Se procede a utilizar el valor de lambda 1, para encontrar la primera solución del sistema	$Para\ \lambda_1 = -1$ $\overline{K} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-t}$
3.	Se procede a utilizar el valor de lambda 2, para encontrar la segunda solución del sistema	$Para\ \lambda_2 = -1$ $\overline{K} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow x_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t}$
4.	Se procede a utilizar el valor de lambda 3, para encontrar la primera solución del sistema.	$Para\ \lambda_3 = 5$ $\overline{K} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow x_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{5t}$
5.	**Respuesta**	$\boldsymbol{x = c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} e^{-t} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{-t} + c_3 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{5t}}$

TEMA 4: 20 puntos

No	**EXPLICACIÓN**	**OPERATORIA**
1.	Se plantean los términos del sistema	$x(t) = cost\ e^{2t}$ $y(t) = -sent\ e^{2t}$
2.	Se deriva cada uno de los términos del sistema	$x'^{(t)} = 2cost\ e^{2t} - sente^{2t}$ $y'^{(t)} = -2sent\ e^{2t} - coste^{2t}$
3.	Se igualan los términos encontrados en las derivadas con los términos dados por el problema, por lo que se determina que no son iguales y se obtiene la conclusión del problema.	$2cost\ e^{2t} - sente^{2t} \neq 3coste^{2t} + 4sente^{2t}$ $-2sent\ e^{2t} - coste^{2t} \neq 4coste^{2t} + 7sente^{2t}$
7.	**Respuesta**	$\boldsymbol{El\ vector\ no\ es\ soluci\acute{o}n\ del\ sistema}$