UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-960-1-M-2-00-2018-sA

CURSO:	**Matemática para Computación 1**
SEMESTRE:	**Primero**
CÓDIGO DEL CURSO:	**960**
TIPO DE EXAMEN:	**Primer Examen Parcial**
FECHA DE EXAMEN:	**19 de febrero de 2018**
RESOLVIÓ EL EXAMEN:	**Brayan Alexander Flores**
DIGITALIZÓ EL EXAMEN:	**Brayan Alexander Flores**
COORDINADOR:	**Ing. José Alfredo González Díaz**

Temario 22

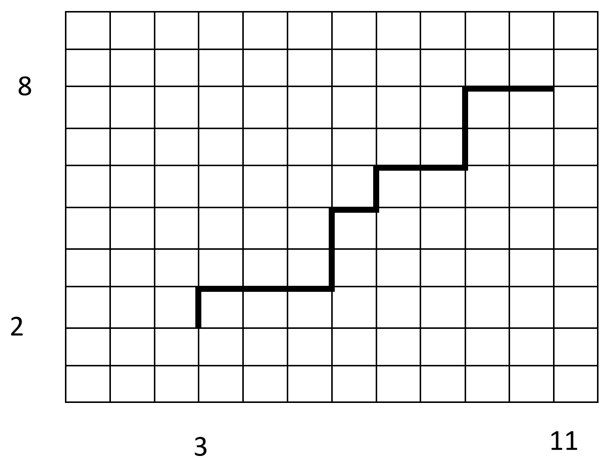
Tema 1: (60 puntos)

a) De automóviles deben de elegirse entre 200 seguridad vial 30 para una prueba de seguridad vial. Además 30 (de entre los mismos 200) deben elegirse para una prueba de emisiones al aire.
   - i) Si no hay restricciones ¿De cuántas maneras puede llevarse a cabo la selección?
   - ii) Repita el inciso i si ningún auto puede someterse simultáneamente a ambas pruebas.
   - iii) ¿De cuántas maneras se puede llevar a cabo la selección si exactamente cinco autos deben de ser sometidos a ambas pruebas?

b) Determine el coeficiente de $x4y{-6}\ de\ (4x - 2y{-3})6$

c) ¿De cuántas maneras distintas pueden disponerse las letras de la palabra QUETZALTEPEQUE? ¿Cuántas de estas disposiciones tienen dentro de sí la palabra TAPETE (exactamente en ese orden)? ¿Cuántas de estas disposiciones no tienen letras E consecutivas?

d) Suponga que al desplazarse por el plano cartesiano solo puede hacerlo paso a paso, ya sea un espacio horizontalmente o ya sea un espacio de forma vertical (vea el ejemplo de la figura). ¿Cuántas trayectorias distintas pueden hacerse entre (3,2) y (11,8)? Considere solo los desplazamientos positivos (hacia la derecha y arriba). ¿Cuántas trayectorias ida y vuelta pueden realizarse?



Tema 2: (20 puntos)

Demuestre que la siguiente proposición es una tautología usando una tabla de verdad.

$$[[(p \wedge q) \rightarrow r] \wedge \neg q \wedge (p \rightarrow \neg r)] \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$$

Tema 3: (20 puntos)

Simplifique la siguiente preposición usando las leyes de la lógica.

$$p \wedge [(\neg q \rightarrow (r \wedge r)) \vee [\neg q \vee ((r \wedge s) \vee (r \wedge \neg s))]]$$

Universidad de San Carlos de Guatemala **Departamento de Matemática**
Facultad de Ingeniería **Matemática para Computación 1**

SOLUCIÓN DEL EXAMEN (Temario 44)

Tema 1: (60 puntos)

a) De automóviles deben de elegirse entre 200 seguridad vial 30 para una prueba de seguridad vial. Además 30 (de entre los mismos 200) deben elegirse para una prueba de emisiones al aire.

i. Si no hay restricciones ¿De cuántas maneras puede llevarse a cabo la selección?

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se determinan los valores de n y r por prueba que serán utilizados en la combinación. Dado que no existen restricciones los valores son los mismos para ambas pruebas	$r = 30, n = 200$
2.	Para facilidad de operación se convertirán todos los coeficientes en enteros, eliminando las divisiones. En este caso multiplicamos ambos lados de la igualdad por 4.	$\frac{200!}{30!\,(200-30)!} * \frac{200!}{30!\,(200-30)!} = 1.6783909942 * 10^{71}$

R. / Existen $1.6783909942 * 10^{71}$ selecciones posibles para las pruebas.

ii. Repita el inciso i si ningún auto puede someterse simultáneamente a ambas pruebas.

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se determinan los valores de n y r para cada combinación.	$r1 = 30, n1 = 200$ $r2 = 30, n2 = 170$
2.	Se procede a hacer uso de la ecuación de la combinación $nCr = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ con los valores determinados para n y r de cada prueba.	$\frac{200!}{30!\,(200-30)!} * \frac{170!}{30!\,(170-30)!} = 8.326423 * 10^{68}$

R. / Existen $8.326423 * 10^{68}$ selecciones posibles para las pruebas

iii. ¿De cuántas maneras se puede llevar a cabo la selección si exactamente cinco autos deben de ser sometidos a ambas pruebas?

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se determinan los valores de n y r para cada combinación	$r1 = 5, n1 = 200$ $r2 = 25, n2 = 195$ $r3 = 25, n5 = 170$
2.	Se procede a hacer uso de la ecuación de la combinación $nCr = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ con los valores determinados para n y r de cada prueba.	$\frac{200!}{5!\,(200-5)!} * \frac{195!}{25!\,(195-25)!} * \frac{170!}{25!\,(170-25)!} = 3.3941 * 10^{70}$

R. / Existen $3.3941 * 10^{70}$ selecciones posibles para las pruebas

b) Determine el coeficiente de $x4y$–6 de (4x – 2y–3)6

c) No.	Explicación	Operatoria
1.	Se determinan los valores para x, y, n y k de la Teoría del Binomio	$n = 6, k = 4, x = 4, y = -2$
2.	Se procede a hacer uso de la ecuación del teorema del binomio $((x + y)^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{n-k}x^k y^{n-k})$ con los valores determinados.	$\binom{6}{6-4} 4^4(-2)^2 = 15360$

R. / El coeficiente binomial es 15360

c) ¿De cuántas maneras distintas pueden disponerse las letras de la palabra QUETZALTEPEQUE?

No.	**Explicación**	**Operatoria**
1.	Se determina la recurrencia de los caracteres en la palabra y el total de estos.	$Q = 2, U = 2, E = 4, T = 2, Z = 1, A = 1, L = 1$ $P = 1, n = 14$
2.	Se sustituyen los datos recabados en la ecuación $\frac{n!}{n1!n2!..nk!}$	$\frac{14!}{2!\,2!\,4!\,2!\,1!\,1!\,1!\,1!} = 4.540536 * 10^{38}$

R. / Las disposiciones totales son $4.540536 * 10^{38}$

- ¿Cuántas de estas disposiciones tienen dentro de sí la palabra TAPETE?

No.	**Explicación**	**Operatoria**
1.	Se determina la recurrencia de los caracteres en la palabra y el total de estos.	$Q = 2, U = 2, E = 2, Z = 1, L = 1, TAPETE = 1$ $n = 9$
2.	Se sustituyen los datos recabados en la ecuación $\frac{n!}{n1!n2!..nk!}$	$\frac{9!}{2!\,2!\,2!\,1!\,1!} = 45360$

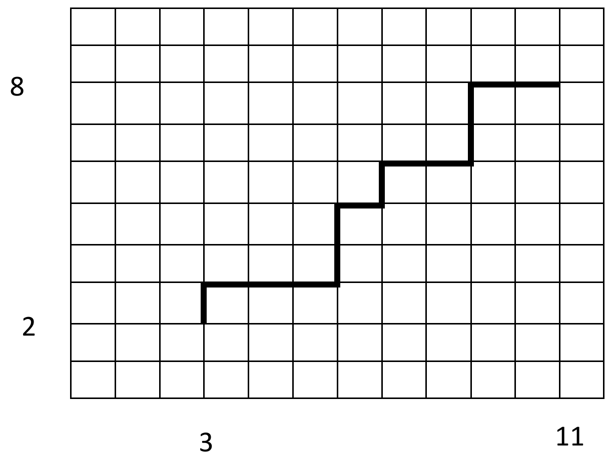
R. /La palabra TAPETE existe 45360 en las disposiciones totales.

- ¿Cuántas de estas disposiciones tienen dentro de sí la palabra TAPETE?

No.	**Explicación**	**Operatoria**
1.	Se distribuyen las letras distintas a E de modo que exista un espacio entre ellas, de esta forma se determinan las posiciones en las que puede ir una letra E.	$\_Q\_U\_T\_Z\_A\_L\_T\_P\_Q\_U\_$ $espacios = 11$
	Se determina la recurrencia de los caracteres en la palabra distintas a E y el total de estos.	$Q = 2, U = 2, T = 2, Z = 1, A = 1, L = 1, P = 1$ $n = 10$
3.	Se sustituyen los datos recabados en la ecuación $\frac{n!}{n1!n2!..nk!}$ y se multiplica por la combinación de la cantidad de letras E con el número de espacios en blanco	$\binom{11}{4}\frac{10!}{2!\,2!\,2!\,1!\,1!\,1!\,1!} = 149688000$

R. /Existen 149688000 disposiciones sin letras E consecutivas

d) Suponga que al desplazarse por el plano cartesiano solo puede hacerlo paso a paso, ya sea un espacio horizontalmente o ya sea un espacio de forma vertical.



i. ¿Cuántas trayectorias distintas pueden hacerse entre (3,2) y (11,8)? Considere solo los desplazamientos positivos.

No.	**Explicación**	**Operatoria**
1.	Se determina la recurrencia de los desplazamientos en el plano y el total de estos.	$derecha = 8, arriba = 6$ $n = 14$
2.	Se sustituyen los datos recabados en la ecuación $\frac{n!}{n1!n2!..nk!}$	$\frac{14!}{6!\,8!} = 3003$

R. / Existen 3003 trayectorias positivas entre el punto 3,2 y el 11,8

ii. ¿Cuántas trayectorias ida y vuelta pueden realizarse?

No.	**Explicación**	**Operatoria**
1.	Se determina la recurrencia de los desplazamientos en el plano y el total de estos.	$derecha = 8, arriba = 6, abajo = 6$ $izquierda = 8\, n = 14\, por\ trayectoria\ simple$
2.	Se sustituyen los datos recabados en la ecuación $\frac{n!}{n1!n2!..nk!}$ para cada trayectoria simple, luego se multiplican estos valores para tener el dato total de las trayectorias.	$\frac{14!}{6!\,8!} * \frac{14!}{6!\,8!} = 9018009$

R. / Existen 9018009 trayectorias ida y vuelta entre el punto 3,2 y el 11,8

Tema 2: (20 puntos)

Demuestre que la siguiente proposición es una tautología usando una tabla de verdad.

$$[[(p \wedge q) \rightarrow r] \wedge \neg q \wedge (p \rightarrow \neg r)] \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$$

- A = $p \wedge q$
- B = $A \rightarrow r$
- C = $B \wedge \neg q$
- D = $p \rightarrow \neg r$
- E = C $\wedge$ D
- F = $\neg p$ v $\neg q$

p	q	r	~p	~q	~r	A	B	C	D	E	F	E → F
0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0
0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0

R. / Se demuestra por tabla de verdad que la proposición es una tautología

Tema 3: (20 puntos)

Simplifique la siguiente preposición usando las leyes de la lógica.

$$p \wedge [(\neg q \rightarrow (r \wedge r)) \vee [\neg q \vee ((r \wedge s) \vee (r \wedge \neg s))]]$$

No.	Ley	Resultado
1.	Leyes idempotentes	$p \wedge [(\neg q \rightarrow r) \vee [\neg q \vee ((r \wedge s) \vee (r \wedge \neg s))]]$
2.	Definición de Implicación	$p \wedge [(\neg\neg q \vee r) \vee [\neg q \vee ((r \wedge s) \vee (r \wedge \neg s))]]$
3.	Leyes distributivas	$p \wedge [(\neg\neg q \vee r) \vee [\neg q \vee (r \wedge (s \vee \neg s))]]$
4.	Leyes Inversas	$p \wedge [(\neg\neg q \vee r) \vee [\neg q \vee (r \wedge To)]]$
5.	Leyes de neutros	$p \wedge [(\neg\neg q \vee r) \vee (\neg q \vee r)]$
6.	Ley de la doble negación	$p \wedge [(q \vee r) \vee (\neg q \vee r)]$
7.	Leyes asociativas	$p \wedge [(q \vee \neg q) \vee (r \vee r)]$
8.	Leyes inversas	$p \wedge [To \vee (r \vee r)]$
9.	Leyes de domino	$p \wedge To$
10	Leyes de neutro	p

R. / La proposición es simplificada hasta obtener P.