CLAVE-962-1-V-2-”00”-2017

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CURSO:	Matemática para computación 2
SEMESTRE:	Segundo
CÓDIGO DEL CURSO:	962
TIPO DE EXAMEN:	Primer parcial
FECHA DE EXAMEN:	Agosto 2017
DIGITALIZÓ EL EXAMEN:	Jorge Luis Carrillo
REVISADOR POR:	Ing. José Alfredo González Diaz

Primer Examen Parcial

Nombre:	***Carnete:***

Instrucciones: Resolver los problemas que se presentan a continuación en forma clara, ordenada y dejando constancia de su procedimiento.

Tema 1 (35 puntos)
Resolver el siguiente juego de **"locura instantánea"** haciendo uso de grafos:

[1]

	B		
R	***V***	***V***	***B***
	A		

[2]

	R		
R	***R***	***B***	***V***
	R		

[3]

	B		
R	***V***	***V***	***V***
	A		

[4]

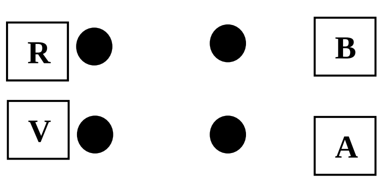
	B		
R	***B***	***A***	***B***
	A		

SOLUCION

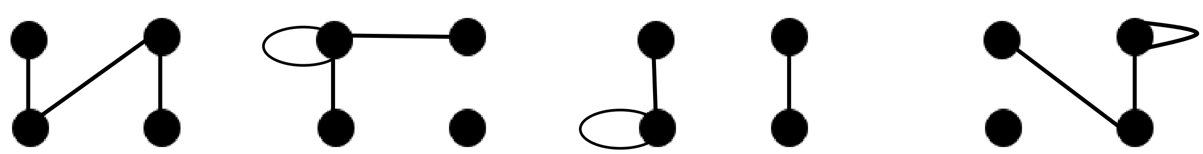
Para iniciar se debe de determinar las caras opuestas de cada lado de los 4 cubos

CUBO 1	CUBO 2	CUBO 3	CUBO 4
B – A	R – R	B – A	B – A
R – V	R – B	R – V	R – A
V – B	R – V	V – V	B – B

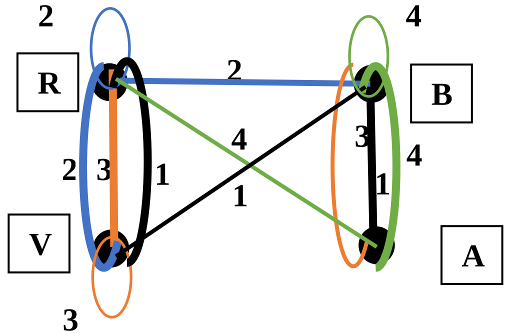
Ahora se debe generar el grafo, se usará un vértice específico para cada color, para esta solución se usará la siguiente estructura



CUBO 1 CUBO 2 CUBO 3 CUBO 4



Para juntar toda esa información en un único grafo se etiquetan también las aristas con un número que se corresponde con el del cubo en el que se establece dicha arista.



Se deben de obtener dos subgrafos recubridores que cumplan lo siguiente:

- El grado de cada vértice debe de ser 2
- Cada cubo debe de estar representado por una arista en cada subgrafo
- Los dos grafos no tienen aristas en común

Considere los siguientes subgrafos, los cuales cumplen las condiciones antes mencionadas:

Ya que son caras opuestas asigne al subgrafo 1 la posición frontal-trasera y al subgrafo 2 Izquierda-derecha

Con esto podemos construir la torre

CUBO	FRONTAL	ATRÁS	IZQUIERDA	DERECHA
1	B	A	R	V
2	R	B	V	R
3	V	V	B	A
4	A	R	A	B

Tema 2 (40 puntos)
Encontrar la función generatriz de la siguiente sucesión:

$$a_1 = 1; a_2 = 4; a_3 = 10; a_4 = 20; a_5 = 35; a_6 = 56; a_7 = 84...$$

Nota: Brindar la respuesta en forma totalmente factorizada.

SOLUCION

a(1)= 1
a(2) = 1 + 3 = 4
a(3) = 4 + 6 = 1 + 3 + 6 = 10
a(4) = 10 + 10 = 1 + 3 + 6 + 10 = 20

Los cuales son sumas de números triangulares consecutivos, por tanto, se satisface la siguiente relación de recurrencia:

$$a_n - a_{n-1} = \frac{(n+1)(n)}{2}$$

Resolviendo para a_n

$$a_n = a_{n-1} + \frac{(n+1)n}{2}$$

Sustituya de manera sucesiva a_{n-1}, a_{n-2},…,a_2, a_1

$$\boldsymbol{a_n = (a_{n-2} + \frac{n(n-1)}{2}) + \frac{(n+1)n}{2} = a_{n-2} + \frac{n(n-1)}{2} + \frac{(n+1)n}{2}}$$

$$\boldsymbol{a_n = (a_{n-3} + \frac{(n-2)(n-1)}{2}) + \frac{(n-1)n}{2} + \frac{(n+1)n}{2}}$$

$$\boldsymbol{a_n = a_{n-4} + \frac{(n-3)(n-2)}{2} + \frac{(n-2)(n-1)}{2} + \frac{(n-1)n}{2} + \frac{(n+1)n}{2}}$$

…
…
…

$$\boldsymbol{a_n = a_1 + 3 + 6 + 10 + \cdots + \frac{(n-2)(n-1)}{2} + \frac{(n-1)n}{2} + \frac{(n+1)n}{2}}$$

$$\boldsymbol{a_n = 1 + 3 + 6 + 10 + \cdots + \frac{(n-2)(n-1)}{2} + \frac{(n-1)n}{2} + \frac{(n+1)n}{2}}$$

$$\boldsymbol{a_n = \sum_{i=4}^{n} \frac{i(i+1)}{2} = \frac{1}{2}[\sum_{i=1}^{n} i^2 + \sum_{i=1}^{n} i]}$$

Es conocido que:

$$\boldsymbol{\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}} \qquad \boldsymbol{\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}}$$

$$\boldsymbol{a_n = \frac{1}{2}[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}) + \frac{(n+1)n}{2}]}$$

$$\boldsymbol{a_n = \frac{1}{4}[\frac{n(n+1)(2n+1)}{3}) + (n+1)3n]}$$

$$\boldsymbol{a_n = \frac{1}{4}\left[\frac{n(n+1)(2n+1+3)}{3}\right] = a_n = \frac{1}{2}[\frac{n(n+1)(n+2)}{3}]}$$

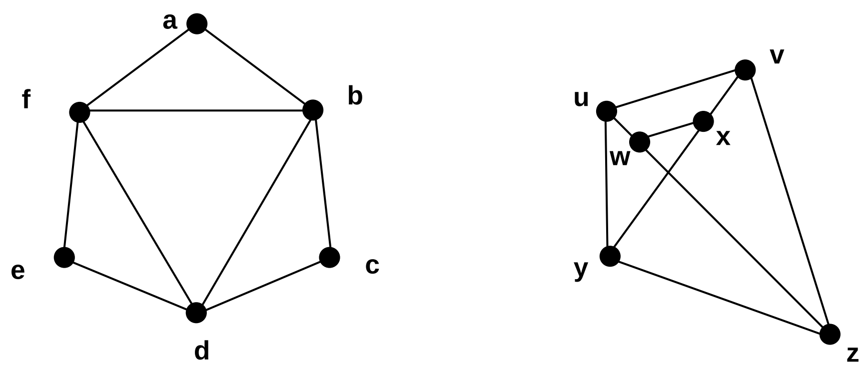
Quedando a_n determinada por:

$$\boldsymbol{a_n = [\frac{n(n+1)(n+2)}{6}]}$$

La función generatriz es:

$$\boldsymbol{f(x)=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{n(n+1)(n+2)}{6}x^{i}}$$

Tema 3 (25 puntos)
Determinar si los grafos $G_1=(V_1,E_1)$ y $G_2=(V_2,E_2)$, de la figura # 1, son isomorfos o no. Justificar la respuesta.



$G_1=(V_1,E_1)$ $G_2=(V_2,E_2)$

Figura # 1

<u>SOLUCION</u>

PASOS PARA COMPROBAR ISOMORFISMO ENTRE 2 GRAFOS
1) Igual número de vértices
2) Igual número de aristas
3) Sucesiones gráficas

PASO 1: Igual número de vértices
En G1 se tienen 6 vértices, ya que se están nombrando desde el vértice “a” hasta el vértice “f”
En G2 también se tienen 6 vértices, se están nombrando desde el vértice “u” hasta el vértice “z”

GRAFO	**NUMERO DE VERTICES**
G1	6
G2	6

Se cumplió el paso 1 con éxito, por ahora existe isomorfismo entre G1 y G2.Ahora sigamos al paso 2

PASO 2: Igual número de aristas
En G1 se tienen 10 aristas
En G2 se tienen 10 aristas

GRAFO	NUMERO DE ARISTAS
G1	9
G2	9

Se cumplió el paso 2 con éxito, por ahora existe isomorfismo entre G1 y G2

PASO 3: Sucesiones gráficas
Se debe determinar el grado de cada vértice y luego tabular, esto para comprobar que existen vértices homólogos
VERTICES ADYACENTES EN G1 Y G2
G1

A	B	C	D	E	F
F	C	B	B	D	A
B	D	D	C	F	B
	F		E		D
			F		E

G2

U	V	W	X	Y	Z
V	U	U	V	U	V
W	X	X	W	X	W
Y	Z	Z	Y	Z	Y

GRADO DE CADA VERTICE EN G1 Y G2
G1

D	F	B	A	E	C
4	4	4	2	2	2

G2

U	V	W	X	Y	Z
3	3	3	3	3	3

Se puede comprobar que en G1

# VERTICES	GRADO
3	4
3	2

Y en G2

# VERTICES	GRADO
6	3

Ya que no hay correspondencia entre los grados de vértices iguales, se concluye que G1 y G2 **NO SON ISOMORFOS**