CLAVE-962-2-V-2-”00”-2017

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CURSO:	Matemática para computación 2
SEMESTRE:	Segundo
CÓDIGO DEL CURSO:	962
TIPO DE EXAMEN:	Segundo parcial
FECHA DE EXAMEN:	Septiembre 2017
DIGITALIZÓ EL EXAMEN:	Jorge Luis Carrillo
REVISADOR POR:	Ing. José Alfredo González Diaz

Universidad de San Carlos de Guatemala
Departamento de Matemática
Escuela de Ciencias

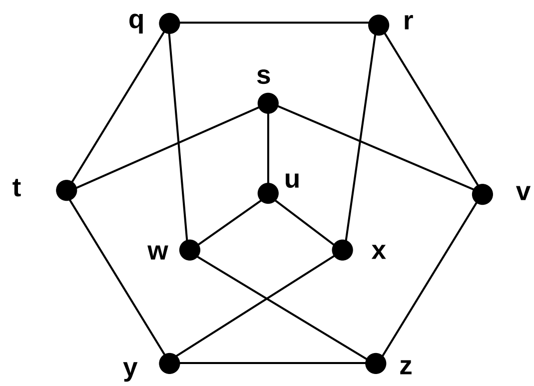
Facultad de Ingeniería
Matemática para Computación 2
Sección "N"
Guatemala, 18 de Septiembre del 2017

Segundo Examen Parcial

Nombre:	*Carnete:*

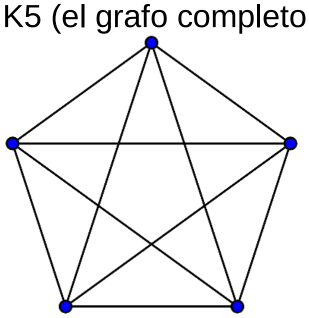
Instrucciones: Resolver los problemas que se presentan a continuación en forma clara, ordenada y dejando constancia de su procedimiento.

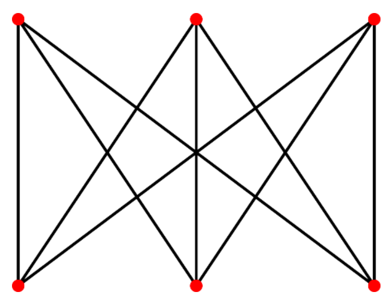
Tema 1 (30 puntos)
Usar el teorema de **Kuratowski** para determinar si el grafo G1 es plano o no.



$$G_1 = (V_1, E_1)$$
Figura # 1

SOLUCION
Un grafo es plano si y solo si no contiene un subgrafo isomorfo a una subdivisión elemental de K5 (el grafo completo de 5 vértices) o K3,3 (el grafo bipartito completo de 6 vértices).





Comprobando que no haya isomorfismo entre el Grafo G4 y K3,3

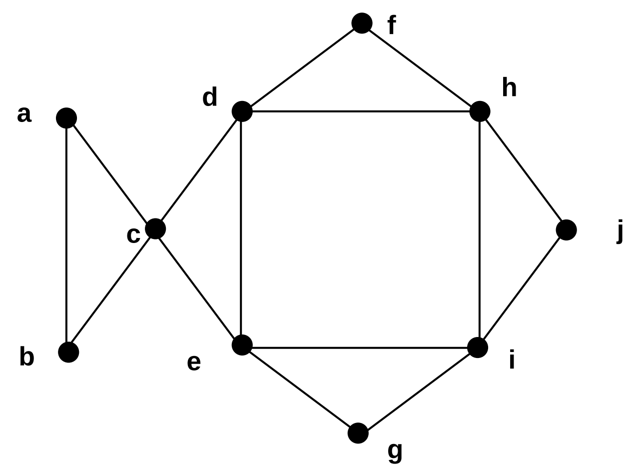
GRADO DEL GRAFO G1

Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3

SI EXISTE ISOMORFISMO entre G4 y K5, ya que K3,3, el grado de cada uno de los 6 vértices es de 3, y en G1, todos sus vértices son también de grado 3

RESPUESTA:
Basándonos en el teorema de Kuratowsky podemos determinar que para G1 *<u>no existe</u>* un grafo plano, ya que existe un subgrafo elemental a K3,3

Tema 2 (30 puntos)
Para el grafo G2 determinar (si existe) un circuito Euleriano, un recorrido Euleriano, un ciclo Hamiltoniano y un camino Hamiltoniano.



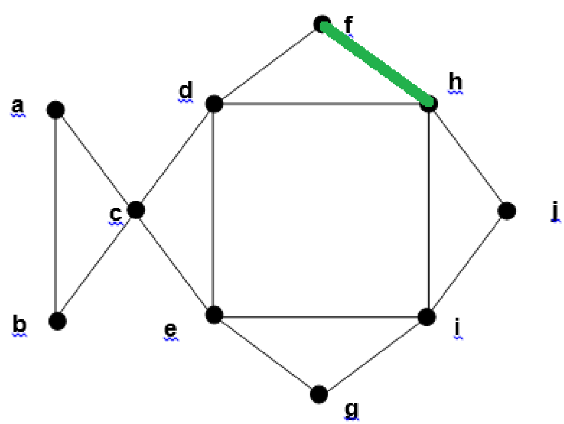
$G_2 = (V_2, E_2)$

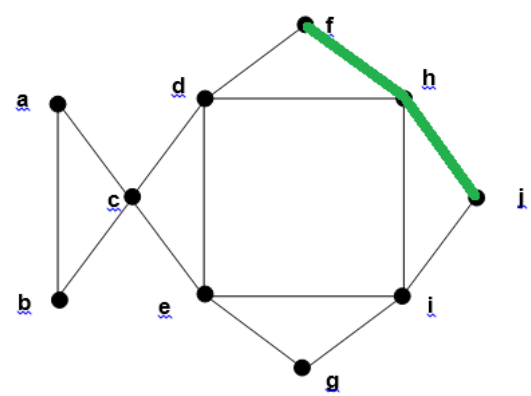
Figura # 2

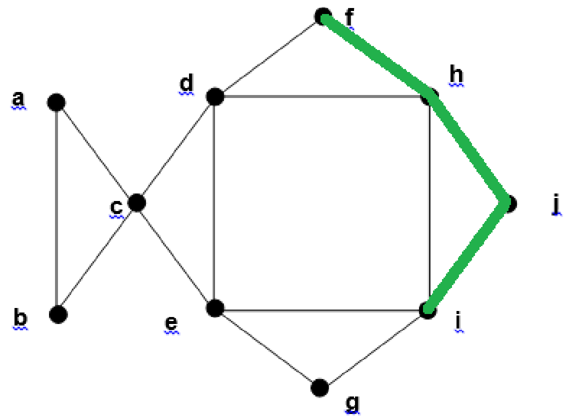
SOLUCION

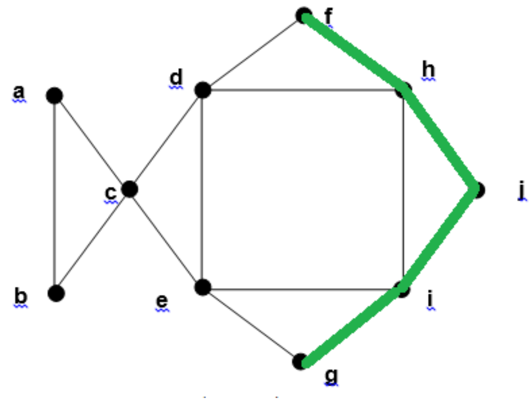
CIRCUITO EULERIANO
Un grafo tiene un circuito Euleriano si y solo sí es conexo y todos sus nodos tienen grado par.

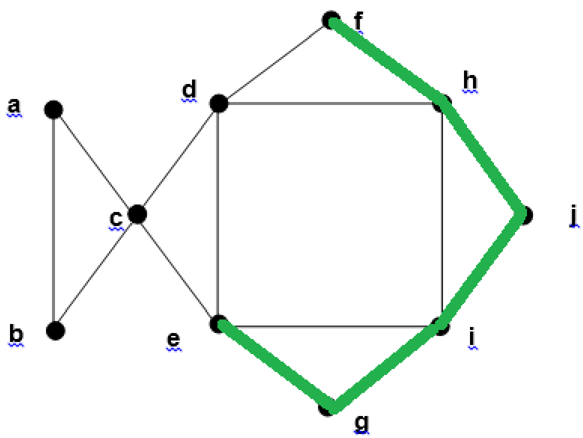
Para G2 se verifica que todos los vértices tienen grado par, por lo tanto si existe un circuito Euleriano

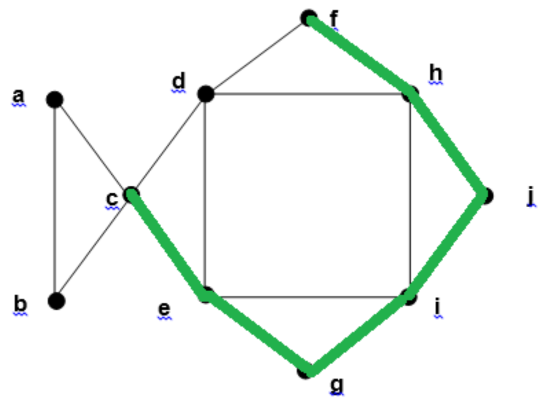


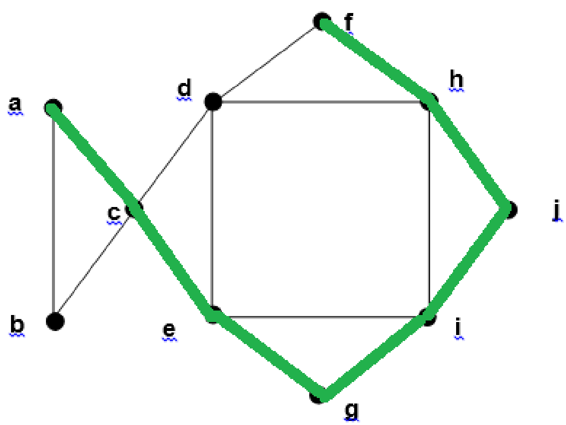


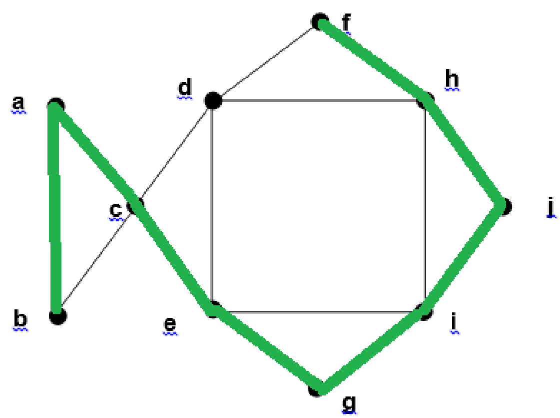

a
b
c
d
e
f
g
h
i
j

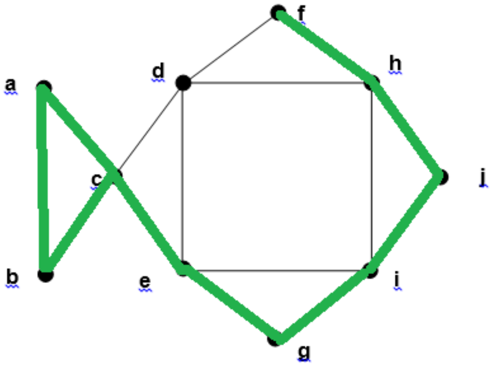

a
b
c
d
e
f
g
h
i
j

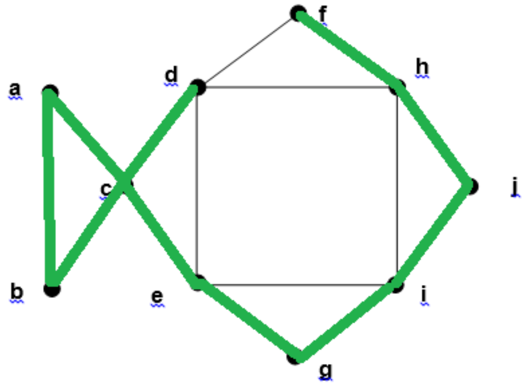

a
b
c
d
e
f
g
h
i
j

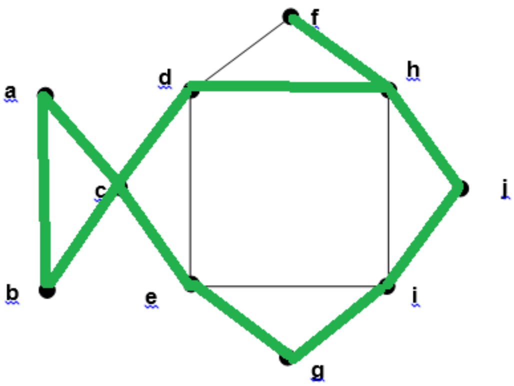

a
b
c
d
e
f
g
h
i
j

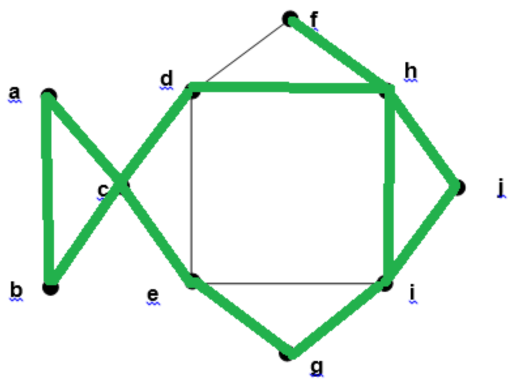

a
b
c
d
e
f
g
h
i
j

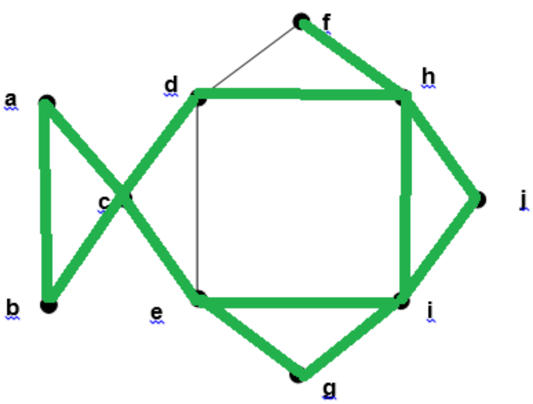

a
b
c
d
e
f
g
h
i
j

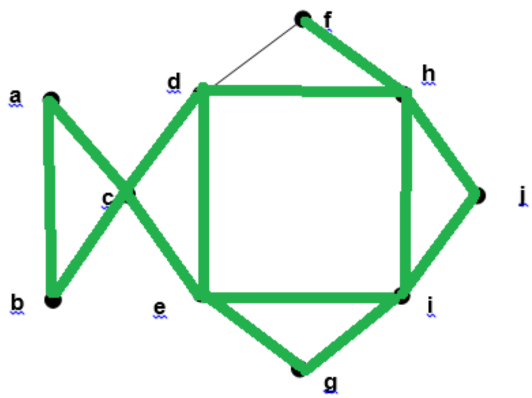


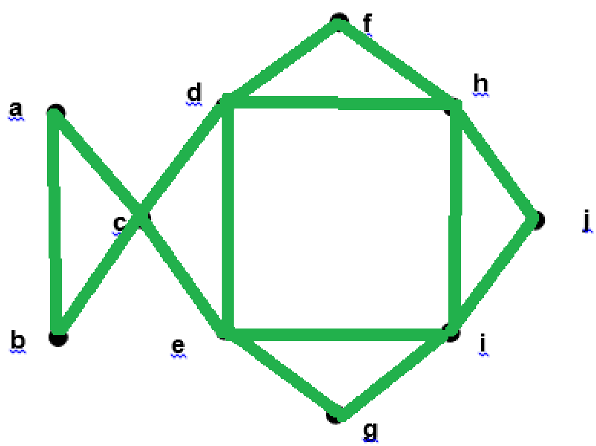












CIRCUITO EULERIANO: f-h-j-i-g-e-c-a-b-c-d-h-i-e-d-f

RECORRIDO EULERIANO

Existen un teorema de la teoría de grafos que establece que un grafo tiene un camino de Euler si y solo sí es este es conexo y exactamente dos de sus nodos tienen grado impar.

Para G2 se tiene que todos sus vértices son de grado par, por lo tanto no existe algún camino Euleriano posible

CICLO HAMILTONIANO

Nos apoyamos en el teorema de L. Redei, que nos indica que existe un ciclo hamiltoniano si la sumatoria de los grados de dos vértices cualquiera del grafo es mayor que n-1 (donde n es el número total de vértices del grafo). Comprobemos:

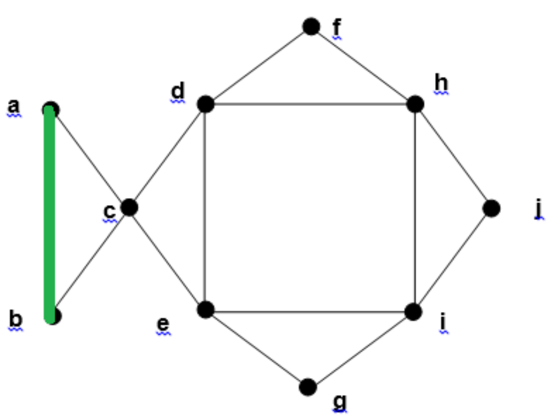
N= 10 vértices

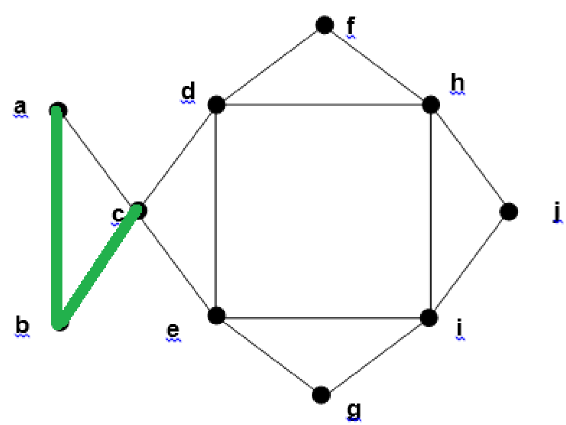
Vamos a determinar el grado de cada vértice

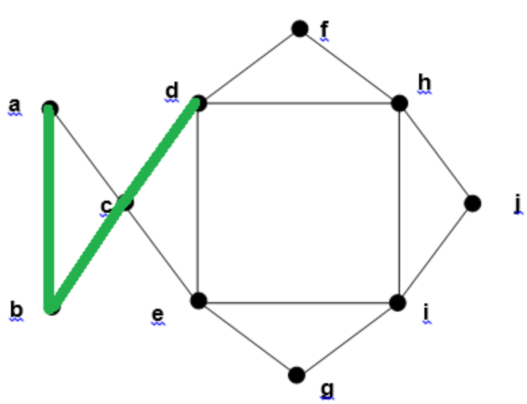
a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
2	2	4	4	4	2	2	4	4	2

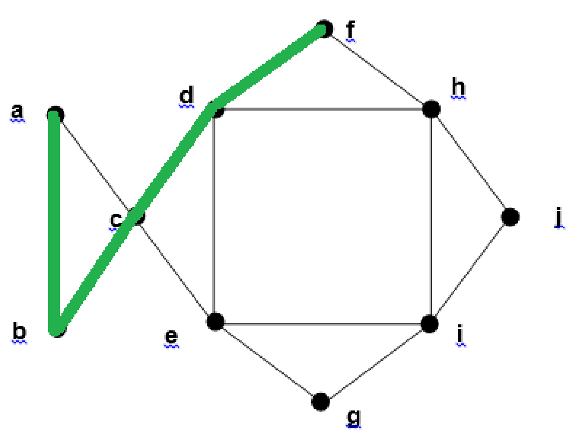
Comprobemos con los vértices a y d
2 + 4 >= n-1
6 >= 10-1 => 6>=9 [Esto es falso, por lo tanto se puede comprobar que no existe un ciclo hamiltoniano]

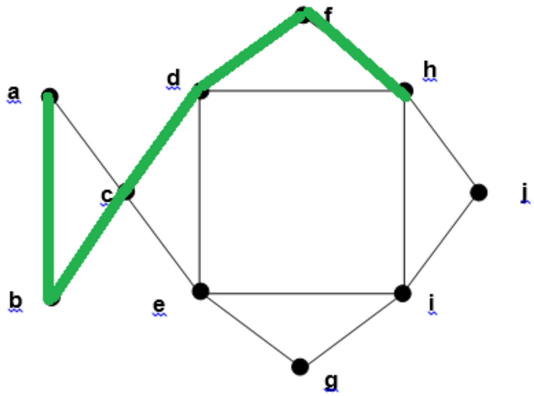
CAMINO HAMILTONIANO

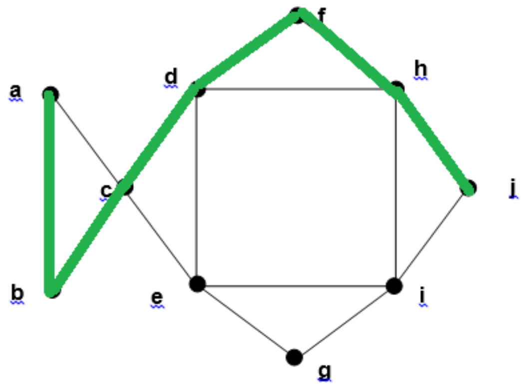


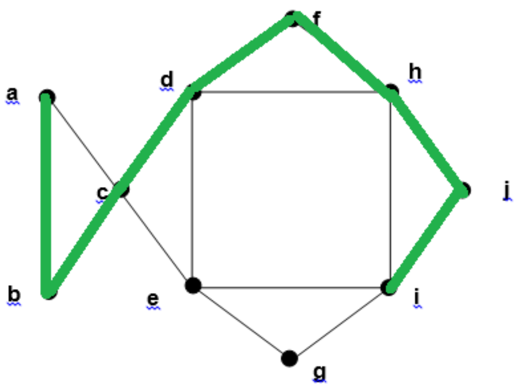


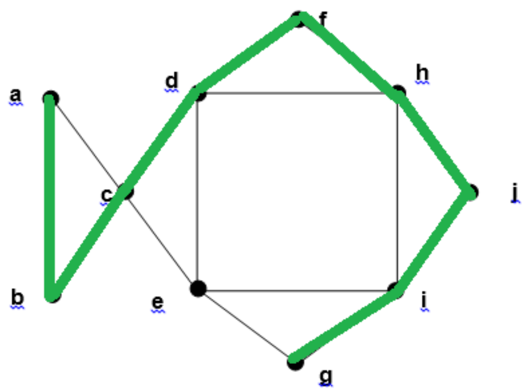


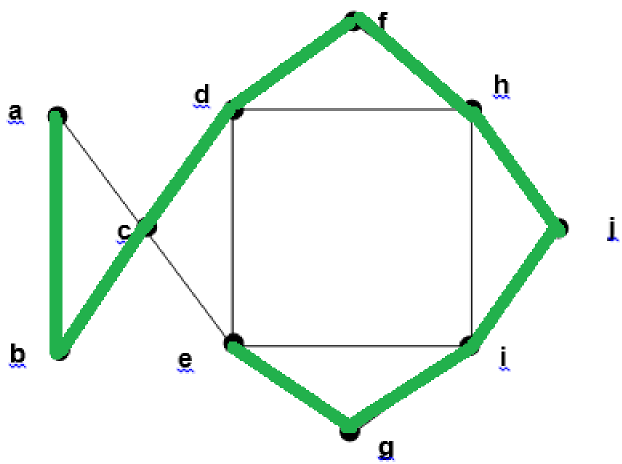












CAMINO HAMILTONIANO: a-b-c-d-f-h-j-i-g-e

Tema 3 (20 puntos)
Hacer el árbol binario, expresar en notación polaca y calcular según el algoritmo de notación polaca, la siguiente operación matemática para los valores dados de cada variable.

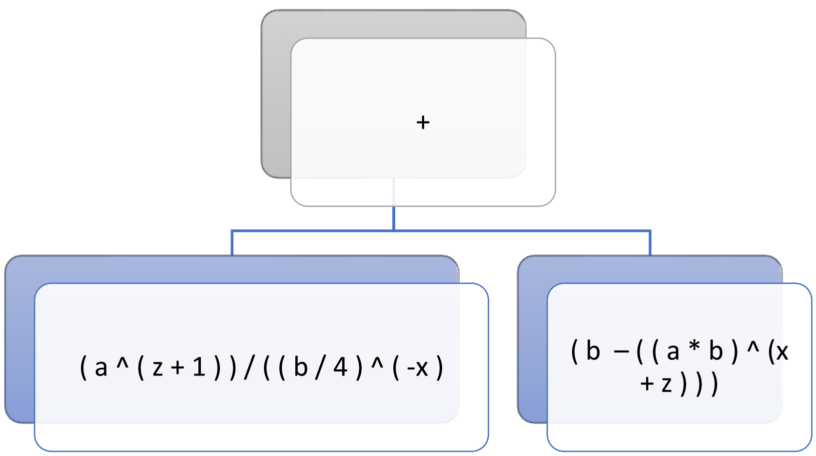
$$\frac{a^{z+1}}{\left[\frac{b}{4}\right]^{-x}} + b - (ab)^{(x+z)}$$

Donde a=b=2   y x=z=1

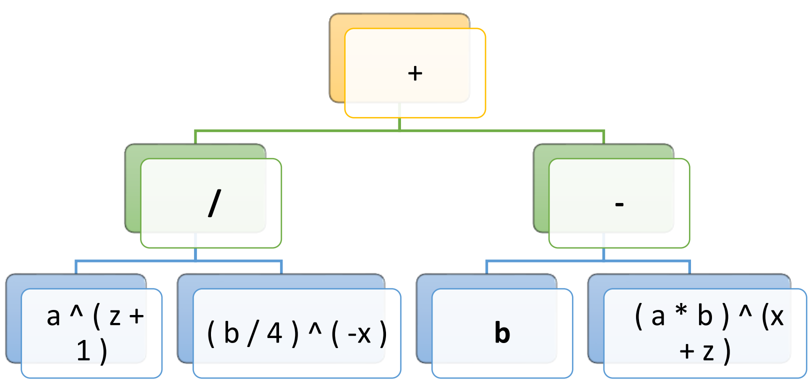
<u>SOLUCION</u>

Primero, se debe representar toda la operación algebraica en forma lineal, es decir, usando paréntesis y señalando cada operación.

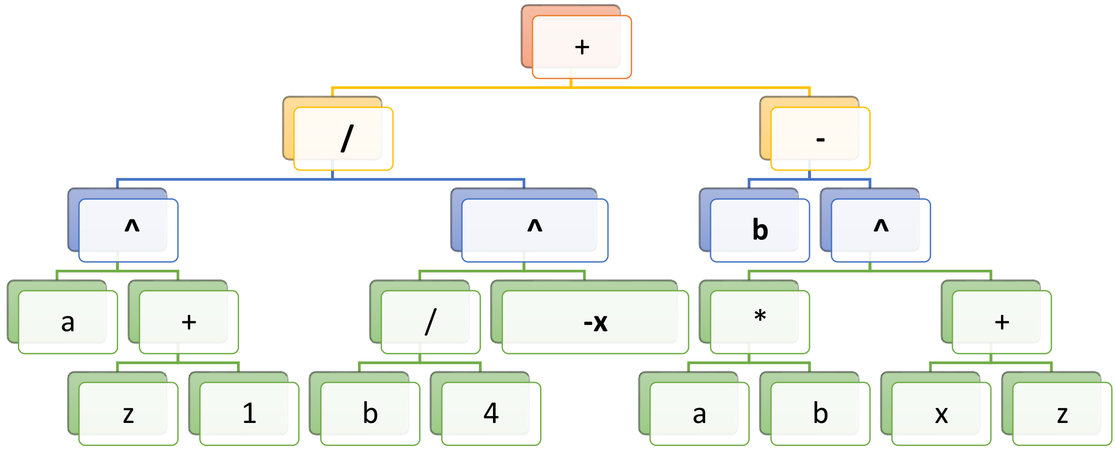
((((a ^ (z + 1)) / ((b / 4) ^ (-x)) + b) – ((a * b) ^ (x + z)))



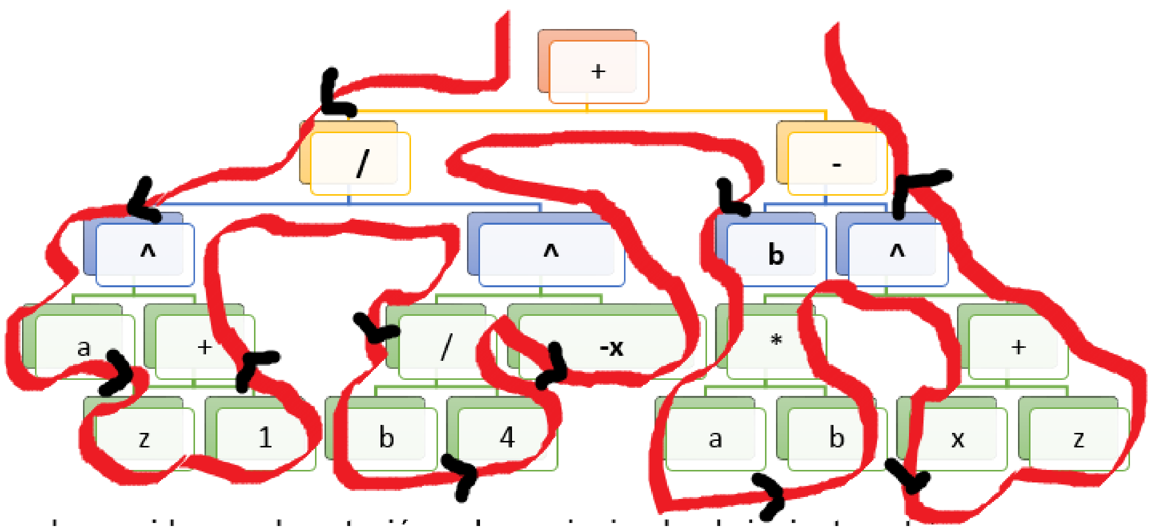
Ahora debemos hacer lo mismo con ambas ramas, la rama izquierda, la última operación a realizar sería la resta, y la de la rama derecha sería el exponente



Debemos seguir separando cada operación siempre considerando la última operación a realizar



Hacemos el recorrido para la notación polaca, siguiendo el siguiente patrón



Ahora se debe escribir el primer elemento que aparezca durante el recorrido, no se deben repetir elementos

+ / ^ a + z 1 ^ / b 4 – x – b ^ * a b + x z <----------   **[NOTACION POLACA]**
Para operar con la notación polaca se debe tomar en cuenta que se deben agrupar los elementos de la siguiente forma: *el primer elemento debe de ser un operador (+, *, -, /, ^) y los siguientes dos elementos deben de ser números o una expresión agrupada en paréntesis*

+ / ^ a + z 1 ^ / b 4 – x – b ^ * a b + x z

+ / ^ a (z + 1) ^ / b 4 – x – b ^ * a b + x z

+ / (a ^ (z + 1)) ^ / b 4 – x – b ^ * a b + x z

+ / (a ^ (z + 1)) ^ (b / 4) – x – b ^ * a b + x z

+ / (a ^ (z + 1)) ^ (b / 4) – x – b ^ (a * b) + x z

+ / (a ^ (z + 1)) ^ (b / 4) – x – b ^ (a * b) (x + z)

$+ / (a \wedge (z + 1)) \wedge (b / 4) - x \boxed{- b ((a * b) \wedge (x + z))}$

$+ / (a \wedge (z + 1)) \boxed{\wedge (b / 4) - x} (b - ((a * b) \wedge (x + z)))$

$+ \boxed{/ (a \wedge (z + 1)) ((b / 4) \wedge (-x))} (b - ((a * b) \wedge (x + z)))$

$\boxed{+ ((a \wedge (z + 1)) \mathbin{\boldsymbol{/}} ((b / 4) \wedge (-x)) (b - ((a * b) \wedge (x + z))))}$

$(((a \wedge (z + 1)) / ((b / 4) \wedge (-x)) + (b - ((a * b) \wedge (x + z)))))$

Donde a=b=2   y x=z=1
$(((2 \wedge (1 + 1)) / ((2 / 4) \wedge (-1)) + (2 - ((2 * 2) \wedge (1 + 1)))))$

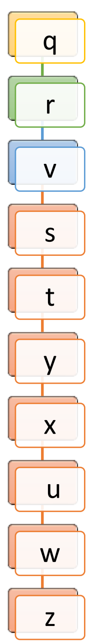
RESPUESTA = -12

Tema 4 (20 puntos)
Para el grafo G1, de la figura # 1, hacer el árbol recubridor en profundidad y el árbol recubridor en anchura.

<u>SOLUCION</u>

ARBOL RECUBRIDOR EN PROFUNDIDAD

El árbol recubiertos en profundidad inicia primero por la letra más próxima a “a”, en este caso es “q”, seguidamente se desplaza a la siguiente letra más próxima a “a” pero que esté conectada con el vértice “q”, sería el vértice “r”, seguimos haciendo el recorrido y notamos que el vértice próximo es el “v”, seguimos así hasta haber concluido con el árbol recubridor en profundidad, a continuación se muestra el árbol final



ARBOL RECUBRIDOR EN ANCHURA

Este árbol toma todos los vértices adyacentes a un vértice específico, en el árbol de G1 iniciamos siempre con la letra más próxima a “a”, sería “q”, seguidamente observamos todos los vértices adyacentes a “q”, serían los vértices “r”, “t” y “w”; para el vértice “r” se toman sus adyacentes, o sea, “v” y “x”; así mismo para “t”, sus adyacentes son “s” y “y”; y finalmente para “w” son “u” y “z”, quedando de la siguiente manera el grafo recubridor en anchura