UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-101-5-V-2-00-2017

CURSO	**Matemática Básica 1**
SEMESTRE	**Segundo Semestre**
CÓDIGO DEL CURSO	**101**
TIPO DE EXAMEN	**Primera Retrasada**
FECHA DE EXAMEN	**21 de noviembre de 2017**
RESOLVIÓ EL EXAMEN	**Freddy Lorenti**
DIGITALIZÓ EL EXAMEN	**Freddy Lorenti**
REVISÓ EL EXAMEN	**Inga. Ericka Cano**
COORDINADOR	**Ing. José Alfredo González Díaz**

Primer examen parcial

Temario A

Tema 1(20 puntos)

Resuelva:

a. $\dfrac{x}{12} + \dfrac{\sqrt{x^2 - 14x + 58}}{10} = \dfrac{3}{4}$ b. $\dfrac{5^x - 5^{-x}}{2} = 3$

Tema 2(20 puntos)

Un alambre de 60 pulgadas de largo se corta en dos partes. Con una parte se forma un cuadrado y con la otra un círculo. Si las dos figuras tienen la misma área, ¿Cuánto miden de largo los dos trozos de alambre?

Tema 3 (20 puntos)

Describa y dibuje la gráfica correspondiente a:
$9x^2 - 4y^2 - 54x - 16y + 29 = 0$

Tema 4 (20 puntos)

Una empresa comercial vende pantalones a Q320.00 la unidad, si el pedido es menor de 50 pantalones. Si un distribuidor solicita 50 o más pantalones (hasta 600) el precio por pantalón se reduce en Q0.32 por la cantidad solicitada, ¿De cuántos pantalones debe ser el pedido a fin de producir la máxima utilidad para la empresa?

Tema 5 (20 puntos)

Se va a construir una tienda de campaña en forma de pirámide de base cuadrada con lona y un poste de 8 pies el cual formará el soporte central. Encuentre la longitud x de un lado de la base, de modo que la cantidad total de lona necesaria para los lados y el fondo sea de 384 pies.

Solución de examen

Tema 1(20 puntos)

Resuelva:

a. $\frac{x}{12}+\frac{\sqrt{x^2-14x+58}}{10}=\frac{3}{4}$

No.	Explicación	Operatoria
1	Para eliminar las fracciones presentadas en la ecuación, se agrupan los términos de la siguiente forma.	$\frac{x}{12}-\frac{3}{4}=-\frac{\sqrt{x^2-14x+58}}{10}$
2	Se reducen las fracciones del lado izquierdo de la ecuación y los denominadores se trasladan a multiplicar.	$\frac{x-9}{12}=-\frac{\sqrt{x^2-14x+58}}{10}$ $10(x-9)=-12\sqrt{x^2-14x+58}$
3	Elevando ambos lados al cuadrado, para eliminar la raíz y operando.	$(10x-90)^2=(\sqrt{x^2-14x+58})^2$ $100x^2-1800x+8100=144(x^2-14x+58)$
4	Simplificando la ecuación.	$44x^2-216x+252=0$
5	Aplicando la fórmula cuadrática con $a=44$, $b=-216$ y $c=252$.	$x=\frac{-(-216)\pm\sqrt{(-216)^2-4(44)(252)}}{2(44)}$ $x=3$ $x=\frac{21}{11}$

b. $\dfrac{5^x - 5^{-x}}{2} = 3$

No.	Explicación	Operatoria
1	Se traslada el denominador de la fracción al otro lado de la ecuación y esta se reescribe.	$5^x - 5^{-x} = 6$
2	Multiplicando toda la ecuación por 5^x y ordenando la ecuación.	$5^{2x} - 5^0 = 6 * 5^x$ $5^{2x} - 6 * 5^x - 1 = 0$
3	Sustituyendo $u = 5^x$	$u^2 - 6u - 1 = 0$
4	Resolviendo mediante fórmula cuadrática.	$u = 3 \pm \sqrt{10}$
4	Regresando a la variable original y resolviendo para ambos valores.	$5^x = 3 - \sqrt{10}$ $x = Log_5[3 - \sqrt{10})] =$ $5^x = 3 + \sqrt{10}$ $x = Log_5[3 + \sqrt{10})]$
5	Comprobando los valores se determina que la única solución es.	$x = Log_5[3 + \sqrt{10})]$

Tema 2(20 puntos)

Un alambre de 60 pulgadas de largo se corta en dos partes. Con una parte se forma un cuadrado y con la otra un círculo. Si las dos figuras tienen la misma área, ¿Cuánto miden de largo los dos trozos de alambre?

No.	Explicación	Operatoria
1	Para formar el cuadrado, se establece una medida x que expresa su perímetro. Para el círculo, la medida establecida es $60 - x$, que también es su perímetro.	$P_{Cuadrado} = x$ $P_{Circulo} = 60 - x$
2	Para conocer el área de cada figura, se debe determinar el lado del cuadrado y el radio del círculo. Por lo tanto, se recurre a las fórmulas de estos.	$P_{Cuadrado} = 4l$ $P_{Circulo} = 2\pi r$
3	Igualando ambas ecuaciones para encontrar los valores correspondientes.	$l = \frac{x}{4}$ $r = \frac{60 - x}{2\pi}$
4	Con estos valores definidos, se utilizan las fórmulas de área de cada figura.	$A_{Cuadrado} = l^2 = \frac{x^2}{16}$ $A_{Circulo} = \pi r^2 = \frac{(60 - x)^2}{4\pi}$
5	Igualando las ecuaciones obtenidas.	$\frac{x^2}{16} = \frac{(60 - x)^2}{4\pi}$
6	Simplificando la ecuación.	$\pi x^2 = 14400 - 480x + 4x^2$ $(4 - \pi)x^2 - 480x + 14400 = 0$
7	Utilizando la fórmula cuadrática para resolver la ecuación.	$x_1 = 527{,}366$ $x_2 = 31{,}8095$
8	La solución a la ecuación es el valor menor a 60 pulgadas.	$x_2 = 31{,}8095$

Tema 3 (20 puntos)

Dos círculos son tangentes interiormente (ver figura), la distancia entre los centros es de 8 cm y la suma de sus áreas separadas es de $544\pi cm^2$. Determinar la medida de los radios.

No.	Explicación	Operatoria
1	Figura del problema.	t2.JPG
2	Estableciendo las medidas de la figura, donde 8 es la medida entre radios y x es el radio del círculo interno.	t21.JPG
3	Por lo tanto, el radio mayor es la suma del radio del círculo interno y la distancia entre radios.	$R = 8 + x$ $r = x$
4	Debido a que se tiene el dato de la suma de sus áreas separadas, se plantea una ecuación de área, con la suma separada de cada círculo.	$A_T = \pi r^2 + \pi R^2$
5	Sustituyendo los datos dados y planteados.	$544\pi = \pi(x^2 + (8 + x)^2)$
6	Simplificando la ecuación y armando una ecuación cuadrática.	$544 = 2x^2 + 16x + 64$ $x^2 + 8x - 240 = 0$
7	Factorizando la ecuación, se obtienen dos soluciones.	$(x + 20)(x - 12) = 0$
8	Las dos soluciones a la ecuación son -20 y 12. Debido a la interpretación física del problema, la solción es 12cm, para el radio del círculo interno.	$x = -20$ $r = x = 12$
9	Ya que el problema pide ambos radios, se utiliza la ecuación de R, para encontrar el radio mayor.	$R = 8 + 12 = 20$

Tema 4 (15 puntos)

Un cuadrado con vértices en P, Q, R, S, está inscrito en el triángulo con vértices ABC, como se muestra en la figura. Si $AC = 12cm$, $BH = 8cm$.
a. Determinar la mediad del lado del cuadrado.
b.Calcule el área dentro del triángulo con vértices ABC pero fuera del cuadrado.

No.	Explicación	Operatoria
1	Figura del problema.	t4.JPG
2	La medida del lado del cuadrado se establece como x y las dimensiones de la figura se muestran a continuación.	t41.JPG
3	Relacionando los triángulos ABC y QBR por semejanza, para encontrar el lado del cuadrado x.	t42.JPG

No.	Explicación	Operatoria
4	La semejanza se establece con las alturas y bases de los triángulos.	$\frac{8-x}{8} = \frac{x}{12}$
5	Despejando la variable x.	$96 - 12x = 8x$ $20x = 96$ $x = 24/5cm$
6	El área dentro del triángulo y fuera del cuadrado, se calcula restando ambas áreas.	$A = A_{TR} - A_C$ $A = \frac{1}{2}bh - l^2$
7	Donde $b = 12cm$, $h = 8cm$ y $l = x = 24/5cm$.	$A = \frac{1}{2}(12)(8) - \left(\frac{24}{5}\right)^2 = 24{,}96cm^2$

Tema 5 (20 puntos)

Tres círculos iguales de $12cm$ de radio son tangentes entre sí. Encontrar el área sombreada.

No.	Explicación	Operatoria
1	Figura del problema.	t5.JPG
2	Uniendo los radios entre sí, se obtiene la siguiente figura, donde se observa un triángulo equilátero de lado $24cm$, que posee tres sectores circulares.	t51.JPG

No.	Explicación	Operatoria
3	Cada sector circular posee un radio de $12cm$ y un ángulo de $\theta = 60^o$.	t52.JPG
4	Calculando el área de un sector circular.	$A_{sc} = \dfrac{\theta}{360^o}(\pi r^2) = \dfrac{60}{360^o}(\pi(12)^2) = 24\pi cm^2$
5	Por simetría, se multiplica por tres el área anterior.	$A_{scT} = 3A_{sc} = 3(24\pi) = 72\pi cm^2$
6	Para el área sombreada, debe conocerse el área del triángulo que encierra los tres sectores circulares. Ya que es un triángulo equilatero, se utiliza la fórmula de altura $h = \dfrac{\sqrt{3}}{2}b$, con un $b = 24cm$. Y para el área, se aplica la fórmula del triángulo $A_{TR} = 2\left(\dfrac{bh}{2}\right)$.	$h = \dfrac{\sqrt{3}}{2}(24) = 12\sqrt{3}$ $A_{TR} = 2\left(\dfrac{(12)(12\sqrt{3})}{2}\right) = 144\sqrt{3}cm^2$
7	Por lo tanto, el área sombreada es la resta de A_{TR} y A_{scT}.	$A_s = A_{TR} - A_{scT} = 144\sqrt{3} - 72\pi = 23{,}22cm^2$