

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**CLAVE -101-1-M-1-00-2015**



### TEMARIO A

Curso:	Matemática Básica 1
Código del curso:	101
Semestre:	2do semestre 2015
Tipo de examen:	Primer examen Parcial
Nombre de la persona que resolvió el examen:	María Esther Pineda Izquierdo
Catedrático del curso:	Lic. Francisco de la Rosa

Guatemala 10 de marzo de 2015

GUATEMALA, 19 DE FEBRERO DE 2015

**PRIMER EXAMEN PARCIAL**

**TEMA 1: (30 PUNTOS)**

A) RESUELVA LA ECUACIÓN    B) RESUELVA LA DESIGUALDAD    C) RESUELVA LA DESIGUALDAD

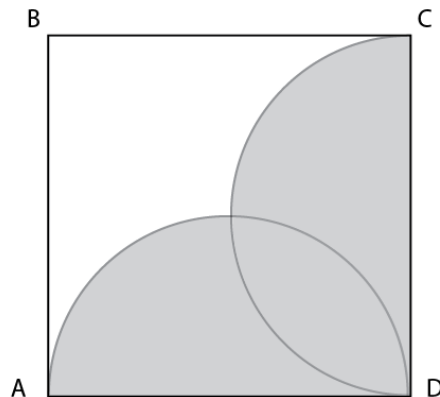
A)  $\sqrt{3x^2 + 5x - 8} - \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 1$

B)  $\frac{4}{3x - 2} \leq \frac{1}{x + 1}$

C)  $20x^3 - 55x = 22 - 8x^2$

**TEMA 2: (20 PUNTOS)**

Calcular usando geometría, el área de la región sombreada. ABCD es un cuadrado cuyo lado mide 10 centímetros.



**TEMA3: (20 PUNTOS)**

Se quiere disponer de un terreno rectangular con un área de 300 metros cuadrados, que quede inscrito dentro de un terreno que tiene la forma de un triángulo rectángulo con base 40 metros y altura 30 metros. Encuentre las dimensiones del terreno.

**TEMA 4: (15 PUNTOS)**

Un rectángulo se inscribe en un triángulo isósceles de 8 centímetros de base por 10 centímetros de altura, de tal forma que la base del rectángulo está sobre la base del triángulo. Determine las dimensiones del rectángulo si su área es la cuarta parte del área del triángulo.

**TEMA 5: (15 PUNTOS)**

El agua de mar contiene 5% de sal. ¿Cuántos litros de agua dulce se han de añadir a 40 litros de agua de mar para que sólo tenga un 2% de sal?

GUATEMALA, 19 DE FEBRERO DE 2015

### RESOLUCIÓN PRIMER EXAMEN PARCIAL

#### TEMA 1: (30 PUNTOS)

A) RESUELVA LA ECUACIÓN

$$\sqrt{3x^2 + 5x - 8} - \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 1$$

PASO 1: REALIZAR UNA SUSTITUCIÓN  $U = 3x^2 + 5x$

$$\sqrt{U - 8} - \sqrt{U + 1} = 1$$

PASO 2: ELEVAR AL CUADRADO AMBOS LADOS DE LA ECUACIÓN Y DESARROLLAR.

$$(\sqrt{U - 8} - \sqrt{U + 1})^2 = 1^2$$

$$(U - 8) - 2\sqrt{(U - 8)(U + 1)} + (U + 1) = 1$$

$$U - 8 + U + 1 - 1 = 2\sqrt{(U - 8)(U + 1)}$$

$$2U - 8 = 2\sqrt{(U - 8)(U + 1)}$$

PASO 3: MULTIPLICAR POR  $\frac{1}{2}$

$$U - 4 = \sqrt{(U - 8)(U + 1)}$$

PASO 4: ELEVAR NUEVAMENTE AL CUADRADO, PARA FACILITAR LA RESOLUCIÓN.

$$(U - 4)^2 = (\sqrt{(U - 8)(U + 1)})^2$$

$$U^2 - 8U + 16 = (U - 8)(U + 1)$$

$$U^2 - 8U + 16 = U^2 + U - 8U - 8$$

$$16 + 8 = U$$

$$U = 24$$

PASO 5: REGRESAR A LAS VARIABLES ORIGINALES, SUSTITUYENDO U.

$$3x^2 + 5x = 24$$

$$3x^2 + 5x - 24 = 0$$

PASO 6: RESOLVER LA ECUACIÓN POR MEDIO DE LA FÓRMULA CUADRÁTICA.

$$a = 3 \quad b = 5 \quad c = -24$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(3)(-24)}}{2(3)}$$

$$x_1 = 2.11 \quad x_2 = -3.78$$

PASO 7: ES NECESARIO HACER UNA COMPROBACIÓN PARA SABER SI LAS RESPUESTAS ENCONTRADAS SON SOLUCIONES.

$$\sqrt{3(2.11)^2 + 5(2.11) - 8} - \sqrt{3(2.11)^2 + 5(2.11) + 1} = 1$$

$$3.98 - 4.98 = 1$$

$$1 \neq 1$$

COMO LA IGUALDAD NO SE CUMPLE,  $x_1 = 2.11$  NO ES SOLUCIÓN.

$$\sqrt{3(-3.78)^2 + 5(-3.78) - 8} - \sqrt{3(-3.78)^2 + 5(-3.78) + 1} = 1$$

$$3.99 - 4.99 = 1$$

$$1 \neq 1$$

COMO LA IGUALDAD NO SE CUMPLE,  $x_2 = -3.78$  NO ES SOLUCIÓN.

POR LO QUE SE CONCLUYE QUE LA ECUACIÓN NO TIENE SOLUCIÓN.

A) RESUELVA LA DESIGUALDAD

$$\frac{4}{3x-2} \leq \frac{1}{x+1}$$

$$\frac{4}{3x-2} - \frac{1}{x+1} \leq 0$$

$$\frac{4(x+1) - (3x-2)}{(3x-2)(x+1)} \leq 0$$

$$\frac{4x+4-3x+2}{(3x-2)(x+1)} \leq 0$$

$$\frac{x+6}{(3x-2)(x+1)} \leq 0$$

$$x = -6$$

$$x = 2/3$$

$$x = -1$$

TABLA DE SIGNOS

	$(-\infty, -6]$	$[-6, -1)$	$(-1, 2/3)$	$(2/3, \infty)$
<b>Prueba de signo</b>	-7	-2	0	7
$x + 6 = 0$	-	+	+	+
$3x - 2 = 0$	-	-	-	+
$x + 1 = 0$	-	-	+	+
	-	+	-	+

LAS POSIBLES RESPUESTAS SON, POR LA TABLA SE PUEDE VER QUE LAS RESPUESTAS SON:

$$(-\infty, -6]$$

$$[-6, -1)$$

$$(-1, \frac{2}{3})$$

$$(\frac{2}{3}, \infty)$$

LA RESPUESTA SE EXPRESA COMO:

$$(-\infty, -6] \cup (-1, \frac{2}{3})$$

C) RESUELVA LA ECUACIÓN

$$20x^3 - 55x = 22 - 8x^2$$

PASO 1: COLOCAR TODOS LOS TÉRMINOS DE UN SOLO LADO.

$$20x^3 + 8x^2 - 55x - 22 = 0$$

PASO 2: SACAR FACTOR COMÚN Y AGRUPAR TÉRMINOS.

$$4x^2(5x + 2) - 11(5x + 2) = 0$$

$$(4x^2 - 11)(5x + 2) = 0$$

PASO 3: ENCONTRANDO LAS RAICES

$$5x + 2 = 0$$

$$5x = -2$$

$$x = -2/5$$

$$4x^2 - 11 = 0$$

$$4x^2 = 11$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{11}}{2}$$

PASO 4: COMPROBANDO LAS 3 SOLUCIONES

$$20(-2/5)^3 - 55(-2/5) = 22 - 8(-2/5)^2$$

$$20.72 = 20.72$$

$$20\left(\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^3 - 55\left(\frac{\sqrt{11}}{2}\right) = 22 - 8\left(\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2$$

$$0 = 0$$

$$20\left(-\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^3 - 55\left(-\frac{\sqrt{11}}{2}\right) = 22 - 8\left(-\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2$$

$$0 = 0$$

PASO 5: TODAS SON SOLUCIONES.

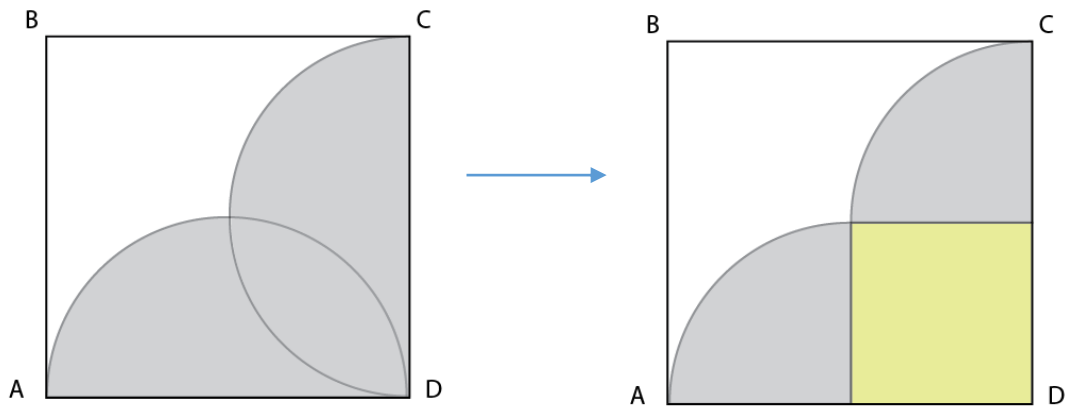
$$x = -2/5$$

Y

$$x = \pm \frac{\sqrt{11}}{2}$$

**TEMA 2: (20 PUNTOS)**

Calcular usando geometría, el área de la región sombreada. ABCD es un cuadrado cuyo lado mide 10 centímetros.



EL ÁREA PUEDE VERSE COMO UN CUADRADO Y DOS SEMI CÍCULOS.

$$A_{\text{Semi Círculo}} = \frac{1}{4}\pi r^2$$

$$A_{\text{cuadrado}} = a^2$$

$$A_{\text{Total}} = 2\left(\frac{1}{4}\pi r^2\right) + (5)^2$$

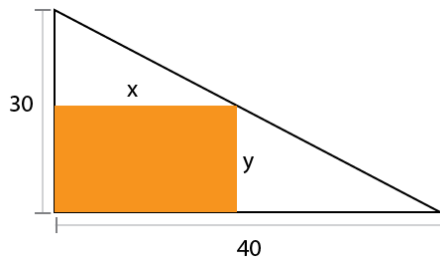
$$A_{\text{Total}} = \frac{1}{2}\pi(5)^2 + 25$$

$$A_{\text{Total}} = \frac{25}{2}\pi + 25 \text{ cm}^2 \approx 64.26 \text{ cm}^2$$

**TEMA3: (20 PUNTOS)**

Se quiere disponer de un terreno rectangular con un área de 300 metros cuadrados, que quede inscrito dentro de un terreno que tiene la forma de un triángulo rectángulo con base 40 metros y altura 30 metros. Encuentre las dimensiones del terreno.

PASO 1: REALIZAR UN DIAGRAMA



PASO 2: PLANTAEER EL ÁREA DEL RECTÁNGULO

$$A_{\text{rectángulo}} = 300m$$

$$xy = 300$$

$$x = \frac{300}{y}$$

PASO 3: PLANTEAR UNA ECUACIÓN EN BASE A LA RELACIÓN DE ALTURA Y BASE

$$\frac{30}{30 - y} = \frac{40}{x}$$

PASO 4: RESOLVER LA ECUACIÓN, SUSTITUYENDO CON LA ECUACIÓN ANTERIOR.

$$30x = 40(30 - y)$$

$$30x = 1200 - 40y$$

$$30\left(\frac{300}{y}\right) = 1200 - 40y$$

$$\frac{9000}{y} = 1200 - 40y$$

PASO 5: MULTIPLICANDO AMBOS LADOS POR  $y$

$$9000 = 1200y - 40y^2$$

PASO 6: REDUCIENDO, MULTIPLICAR AMBOS LADOS POR 1/40

$$[9000 = 1200y - 40y^2]1/40$$

$$225 = 30y - y^2$$

$$y^2 - 30y + 225 = 0$$



PASO 7: RESOLVIENDO LA ECUACIÓN, POR MEDIO DE LA FÓRMULA CUADRÁTICA

$$a = 1 \quad b = -30 \quad c = 225$$

$$y = \frac{-(-30) \pm \sqrt{(-30)^2 - 4(1)(225)}}{2(1)}$$

$$y = 15$$

PASO 8: ENCONTRANDO EL VALOR DE  $x$ , POR MEDIO DE LA ECUACIÓN DE ÁREA TOTAL

$$30x = 1200 - 40y$$

$$30x = 1200 - 40(15)$$

$$x = 20$$

PASO 9: COMPROBACIÓN

$$xy = 300$$

$$(15)(20) = 300$$

$$300 = 300$$

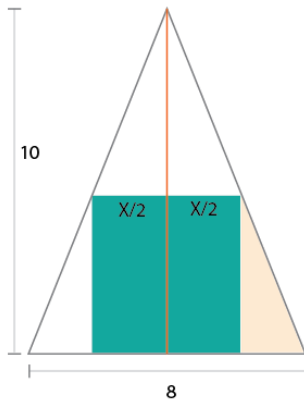
POR LO TANTO SUS DIMENSIONES SON:

$x = 20$	Y	$y = 15$
----------	---	----------

#### TEMA 4: (15 PUNTOS)

Un rectángulo se inscribe en un triángulo isósceles de 8 centímetros de base por 10 centímetros de altura, de tal forma que la base del rectángulo está sobre la base del triángulo. Determine las dimensiones del rectángulo si su área es la cuarta parte del área del triángulo.

PASO 1: HACER UN DIAGRAMA



PASO 2: ENCONTRAR EL ÁREA DEL TRIÁNGULO

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{(8)(10)}{2} = 40 \text{ cm}^2$$

PASO 2: ENCONTRAR EL ÁREA DEL RECTÁNGULO, QUE ES  $\frac{1}{4}$  DEL ÁREA DEL TRIÁNGULO

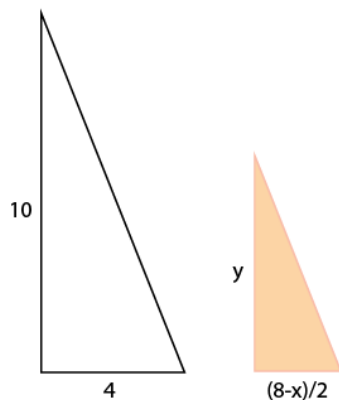
$$A_{\text{rectángulo}} = \frac{1}{4}(40) = 10 \text{ cm}^2$$

PASO 3: PLANTEAR UNA ECUACIÓN PARA EL ÁREA DEL RECTÁNGULO

$$10 = xy$$

$$y = \frac{10}{x}$$

PASO 4: PLANTEAR UNA RELACIÓN DE TRIÁNGULOS.



PASO 5: RELACIÓN DE TRIÁNGULOS.

$$\frac{y}{10} = \frac{8-x}{4}$$

$$\frac{y}{10} = \frac{8-x}{8}$$

PASO 6: RESOLVER LA ECUACIÓN.

$$8y = 80 - 10x$$
$$8\left(\frac{10}{x}\right) = 80 - 10x$$

$$\frac{80}{x} = 80 - 10x$$

PASO 7: MULTIPLICANDO POR  $x$  y luego por  $1/10$

$$[80 = 80x - 10x^2] \left(\frac{1}{10}\right)$$

$$8 = 8x - x^2$$

$$x^2 - 8x + 8 = 0$$

PASO 8: RESOLVIENDO POR MEDIO DE LA FÓRMULA CUADRÁTICA

$$a = 1 \quad b = -8 \quad c = 8$$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(1)(8)}}{2(1)}$$

$$x_1 = \frac{8 + 4\sqrt{2}}{2} \approx 6.83 \quad x_2 = \frac{8 - 4\sqrt{2}}{2} \approx 1.17$$

PASO 9: EN BASE A LAS DOS RESPUESTAS OBTENIDAS, POR MEDIO DE LA ECUACIÓN PLANTEADA SE OBTIENE

$$8y = 80 - 10x$$

$$y_1 = \frac{80 - 10(6.83)}{8} = 1.46$$

$$y_2 = \frac{80 - 10(1.17)}{8} = 8.54$$

PASO 10: COMPROBANDO LAS SOLUCIONES OBTENIDAS.

$$x_1 = 6.83 \quad y_1 = 1.46$$

$$\frac{y}{10} = \frac{8-x}{4}$$

$$\frac{(1.46)}{10} = \frac{8-(6.83)}{4}$$

$$0.146 = 0.146$$

$$x_2 = 1.17 \quad y_2 = 8.54$$

$$\frac{y}{10} = \frac{8-x}{4}$$

$$\frac{(8.54)}{10} = \frac{8-(1.17)}{4}$$

$$0.854 = 0.854$$

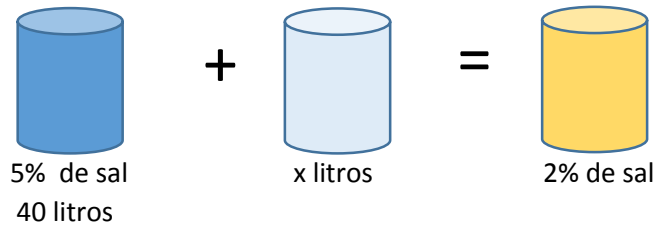
LAS 4 RESPUESTAS HALLADAS SON CORRECTAS Y CUMPLEN, POR LO TANTO SUS DIMENSIONES PUEDEN SER:

$$x_1 = 6.83 \quad y_1 = 1.46$$

$$x_2 = 1.17 \quad y_2 = 8.54$$

**TEMA 5: (15 PUNTOS)**

El agua de mar contiene 5% de sal. ¿Cuántos litros de agua dulce se han de añadir a 40 litros de agua de mar para que sólo tenga un 2% de sal?



PASO 1: PLANTEAR LA ECUACIÓN.

AGUA DE MAR \* SU CANTIDAD DE SAL + AGUA PURA \* SU CANTIDAD DE SAL (0) = CANTIDAD DE MEZCLA \* 2% DE SAL.

$$40(0.05) + x(0) = (40 + x)(0.02)$$

PASO 2: RESOLVER LA ECUACIÓN

$$2 = 0.8 + 0.02x$$

$$1.2 = 0.02x$$

$$x = 60 \text{ Lt de agua}$$