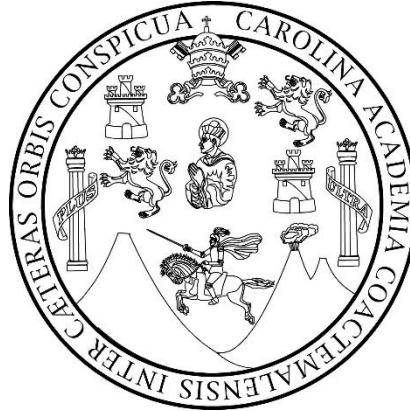


Universidad de San Carlos de Guatemala



Facultad de Ingeniería

Departamento de Matemática

Clave Segundo Parcial

Persona que realiza la clave:	Luis Enrique Aguirre Pineda
Revisada por:	Inga. Silvia Hurtarte
Curso:	Matemática Básica 1
Semestre:	Primer Semestre
Año:	2015
Fecha:	22 de Abril 2015

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
MATEMATICA BÁSICA 1

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL
10 DE ABRIL DE 2015

Tema 1 (30 Pts.): Dado el polinomio $P(x) = 12x^5 - 16x^4 - 55x^3 + 70x^2 + 28x - 24$.

- Haga la tabla de posibles raíces utilizando la regla de signos de Descartes.
- Liste todas las posibles raíces racionales.
- Encuentre las raíces y factorice.

Tema 2 (15 Pts.): Partiendo de la función $f(x) = \sqrt{x}$

- Grafique $f(x) = \sqrt{4-x} + 3$
- Determine el Dominio y Rango de la función del Inciso a.

Tema 3 (20 Pts.): Se inscribe un rectángulo dentro de un triángulo equilátero de 36 centímetros de perímetro de tal forma que la base del rectángulo coincide con la base del triángulo.

- Encuentre el área del rectángulo en función de la longitud de su base y determine el dominio físico de dicha función.
- Determine las dimensiones del rectángulo de área máxima.

Tema 4 (15 Pts.): Encuentre la ecuación de un polinomio de grado 4 que tiene raíces $x=2$ de multiplicidad 2, $x = 1+2i$ y su intercepto es 10.

Tema 5 (20 Pts.): Dada la ecuación $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 20$

- Identifique y grafique la ecuación.
- Encuentre la ecuación de una recta tangente a dicha grafica en el punto (4,2)

Tema 1:

Dado el polinomio $P(x) = 12x^5 - 16x^4 - 55x^3 + 70x^2 + 28x - 24$.

a) Haga la tabla de posibles raíces utilizando la regla de signos de Descartes.

$$12x^5 - 16x^4 - 55x^3 + 70x^2 + 28x - 24 \quad \text{Cambio de signos } 3$$

$$0^+ = \{3, 1, 0\}$$

$$-12x^5 - 16x^4 + 55x^3 + 70x^2 - 28x - 24 \quad \text{Cambio de signos } 2$$

$$0^- = \{2, 1, 0\}$$

Reales Positivas	3	1	3	1	0
Reales Negativas	2	2	0	0	1
Imaginarias	0	2	2	4	4
Nulas	0	0	0	0	0
Total	5	5	5	5	5

b) Liste todas las posibles raíces racionales.

$$\frac{P}{Q} = \frac{24}{12} = \frac{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12}{1, 2, 3, 4, 6} = \pm \frac{1}{4}, \pm \frac{1}{6}, \pm \frac{2}{3}, \pm \frac{3}{4}, \pm 1, \pm \frac{4}{3}, \pm \frac{3}{2}, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 12$$

c) Encuentre las raíces y factorice.

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1/2 & 12 & -16 & -55 & 70 & 28 & -24 \\ & & 6 & -5 & -30 & 20 & 24 \\ \hline & 12 & -10 & -60 & 40 & 48 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 12 & -10 & -60 & 40 & 48 \\ & & 24 & 28 & -64 & -48 \\ \hline & 12 & 14 & -32 & -24 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 12 & 14 & -32 & -24 \\ & & -24 & 20 & 24 \\ \hline & 12 & -10 & -12 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrr} 3/2 & 12 & -10 & -12 \\ & & 18 & 12 \\ \hline & 12 & 8 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rr} -2/3 & 12 & 8 \\ & & -8 \\ \hline & 12 & 0 \end{array}$$

$$P(x) = 12\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 2)(x + 2)\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right)$$

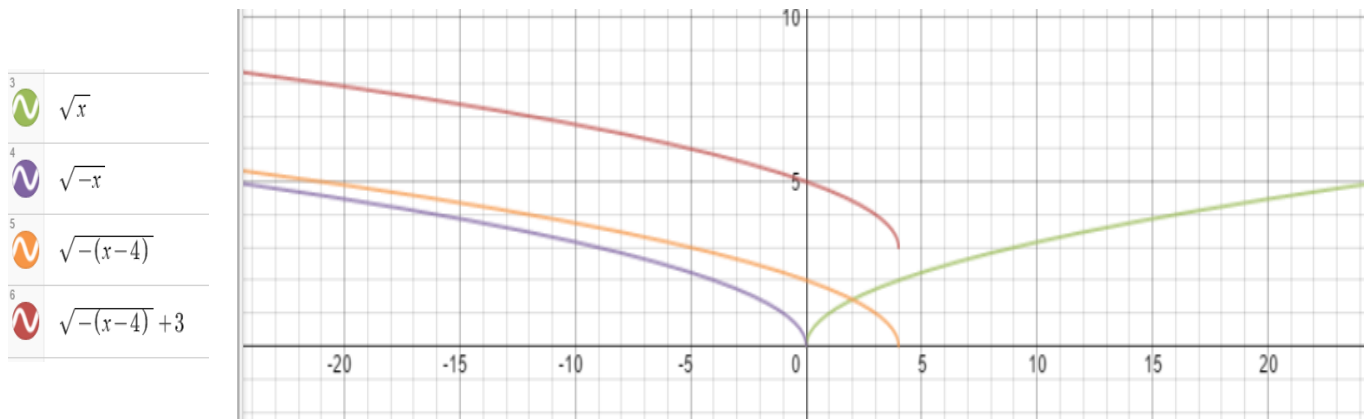
Tema 2:

Partiendo de la función $f(x) = \sqrt{x}$

a) Grafique $f(x) = \sqrt{4-x} + 3$

En este caso se procede a realizar una por una de las transformaciones a la función $f(x) = \sqrt{x}$

- Se realiza un reflejo en el eje y $f(x) = \sqrt{-x}$
- Se realiza una translación horizontal de 4 unidades a la derecha, en este caso se debe tomar en cuenta lo siguiente $f(x) = \sqrt{-x+4} = \sqrt{-(x-4)}$
- Se realiza un translación vertical de 3 unidades arriba. $f(x) = \sqrt{-(x-4)} + 3$



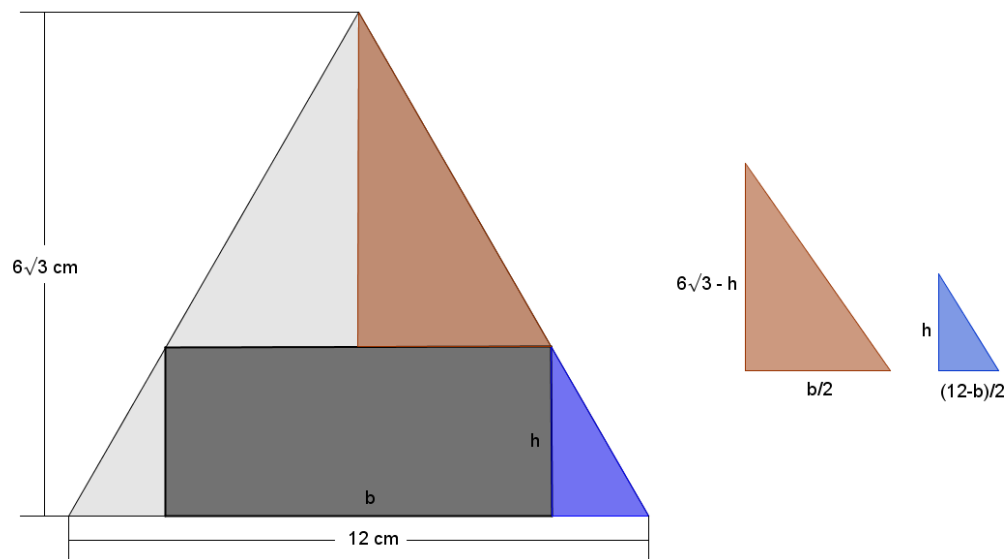
b) Determine el Dominio y Rango de la función del inciso a)

$$D \{-\infty, 4\} \quad R \{3, \infty\}$$

Tema 3:

Se inscribe un rectángulo dentro de un triángulo equilátero de 36 cm de perímetro de tal forma que la base del rectángulo coincide con la base del triángulo.

a) Encuentre el área del rectángulo en función de la longitud de su base y determine el dominio físico de dicha función.



Se procede a realizar triángulos semejantes, en este caso se procedió a realizarse con los triángulos, los cuales depende de las dimensiones de rectángulo inscrito dentro del triángulo equilátero, se pudo haber utilizado la mitad del triángulo y cualquiera de los dos antes mencionados.

$$\frac{6\sqrt{3} - h}{h} = \frac{b/2}{(12 - b)/2} \rightarrow (6\sqrt{3} - h)(12 - b) = bh \rightarrow 72\sqrt{3} - 6\sqrt{3}b - 12h + bh = bh$$

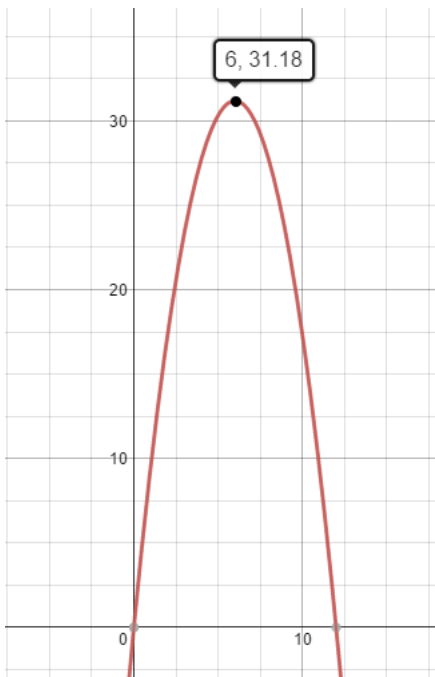
$$72\sqrt{3} - 6\sqrt{3}b - 12h = 0 \rightarrow h = 6\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}b$$

$$A = bh \rightarrow A(b) = b \left(6\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}b \right) \rightarrow A(b) = 6\sqrt{3}b - \frac{\sqrt{3}}{2}b^2$$

$$A(b) = 6\sqrt{3}b - \frac{\sqrt{3}}{2}b^2$$

b) Determine las dimensiones del rectángulo del área máxima.

Para encontrar las dimensiones con la cual se obtiene mayor área en el rectángulo, la función $A(b)$, se lleva a la forma en la cual se puede observar las transformaciones de una función cuadrática. $f(x) = \pm a(x \pm b)^2 \pm c$



$$A(b) = 6\sqrt{3}b - \frac{\sqrt{3}}{2}b^2$$

$$A(b) = \frac{-\sqrt{3}}{2}(b^2 - 12b)$$

$$A(b) = \frac{-\sqrt{3}}{2}(b^2 - 12b)$$

$$A(b) = \frac{-\sqrt{3}}{2}(b^2 - 12b + 36 - 36)$$

$$A(b) = \frac{-\sqrt{3}}{2}(b^2 - 12b + 36) + 18\sqrt{3}$$

$$A(b) = \frac{-\sqrt{3}}{2}(b - 6)^2 + 18\sqrt{3}$$

$$b = 6 \text{ cm} \rightarrow h = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

R// Las dimensiones del rectángulo que dan el área máxima de $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$, son base de 6 cm , y altura de $3\sqrt{3} \text{ cm}$.

Tema 4:

Encuentre la ecuación de un polinomio de grado 4 que tiene raíces $x = 2$ de multiplicidad 2, $x = 1 + 2i$ y su intercepto es 10.

$$P(x) = a_n(x - 2)^2(x - (1 + 2i))(x - (1 - 2i))$$

$$P(x) = a_n(x^2 - 2x - 2x + 4)(x^2 - x + 2ix - x - 2ix + (1 - 2i + 2i + 4))$$

$$P(x) = a_n(x^2 - 4x + 4)(x^2 - 2x + 5)$$

$$P(x) = a_n(x^4 - 6x^3 + 17x^2 - 20x + 20)$$

Si $P(0) = 10$

$$P(0) = a_n(20) = 10 \rightarrow a_n = \frac{1}{2}$$

$$P(x) = \frac{1}{2}(x^4 - 6x^3 + 17x^2 - 20x + 20)$$

Tema 5:

Dada la ecuación $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 20$.

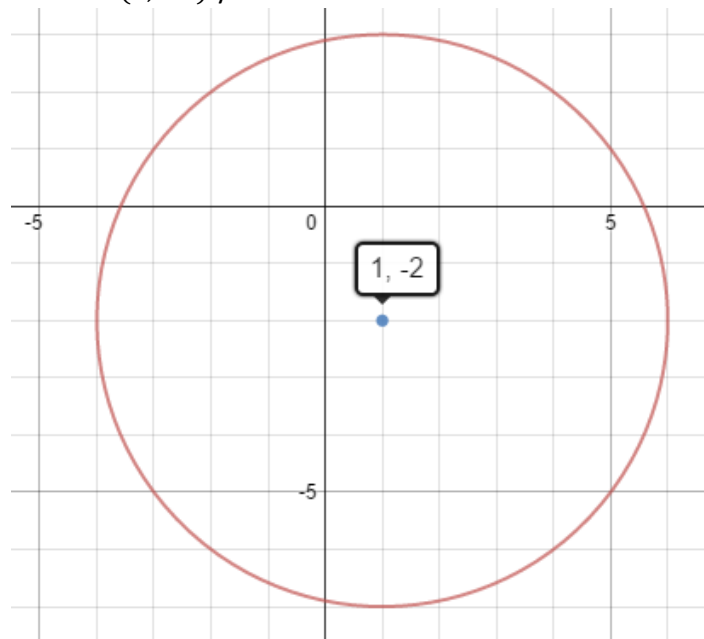
a) Identifique y grafique la ecuación.

$$(x^2 - 2x) + (y^2 + 4y) = 20 \rightarrow (x^2 - 2x + 1) - 1 + (y^2 + 4y + 4) - 4 = 20$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 - 5 = 20 \rightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 25$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 5^2$$

Circunferencia de centro $(1, -2)$ y de radio $r = 5$.



b) Encuentre la ecuación de una recta tangente a dicha grafica en el punto (4,2).



$$c(1, -2), P(4, 2) \rightarrow m = \frac{2 - (-2)}{4 - 1} \rightarrow m = \frac{4}{3}$$

$$m_1 m_2 = -1 \rightarrow m_2 = \frac{1}{m_1} \rightarrow m_2 = \frac{-3}{4}$$

Si $m_2 = \frac{-3}{4}$ y el punto es igual (4,2)

$$(y - 2) = \frac{-3}{4}(x - 4) \rightarrow y(x) = \frac{-3}{4}x + 5$$

$$y(x) = \frac{-3}{4}x + 5$$

	$-\frac{3}{4}x + 5$
10	
	$\frac{4}{3}(x - 4) + 2$

