UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERIA

DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

CURSO:	**MATEMATICA BASICA 2**
JORNADA:	**MATUTINA**
SEMESTRE:	**1er SEMESTRE**
AÑO:	**2015**
TIPO DE EXAMEN:	**PRIMER PARCIAL**
NOMBRE PERSONA QUE RESOLVIÓ EXAMEN:	**MORIS PINEDA**
NOMBRE DE LA PERSONA QUE REVISÓ EXAMEN:	**INGA. GLENDA GARCÍA**

Universidad de San Carlos
Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemática

Matemática Básica 2, Seccs. A, B y C
Primer Examen Parcial
23/02/2015

Temario A

Tema 1(30 puntos)
Usando procedimientos algebraicos calcule:

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\sec(3x)}{x\sec(3x)}$; b) La asintota horizontal izquierda de $f(x) = \sqrt{4x^2 - ax} + 2x$

Usando la **definición de derivada como límite** calcule:

c) $D_x\left[\dfrac{1}{1-x}\right]$, $(puede\ verificar\ su\ respuesta\ derivando\ con\ reglas)$

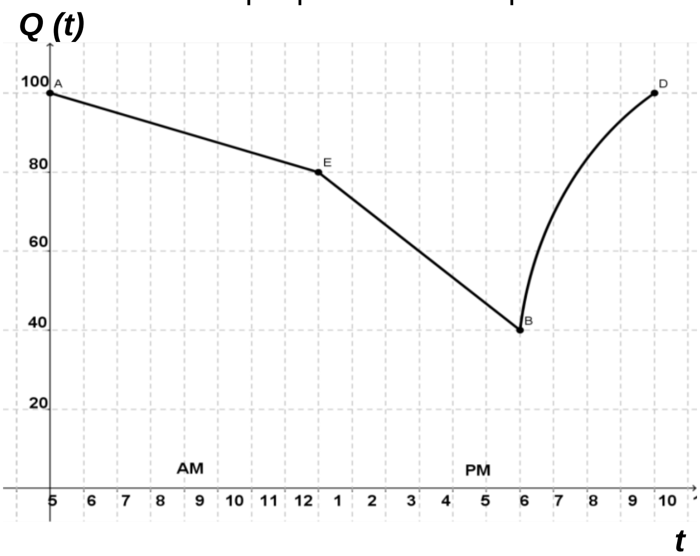
Tema 2 (30puntos)
Usando algebra y reglas de derivación calcule:

a) $f'(x)$si $f(x) = 3\sqrt{x} + \dfrac{kx}{\text{sen}x}$; b) $\dfrac{d}{dx}\{\tan(e^{2x})\}$; c) y'si $2\text{sen}(x/y) = xy + x$

Tema 3 (15puntos)
Determine el valor de la constante k en la curva $y = x^k$, tal que las rectas tangentes a dicha curva y a la elipse $3x^2 + y^2 = 4$, sean perpendiculares en el punto (1,1).

Tema 4 (25 puntos)

1) En cierto día de uso, la curva de carga y descarga en porcentaje de la batería de un teléfono móvil que presenta en la pantalla es:



a) Explicando su procedimiento, esboce una gráfica de la razón de cambio instantánea de la carga con respecto a al tiempo,
b) Determine qué intervalos la razón de cambio instantánea es continua y en qué horas es discontinua.

2) Considere $h(x) = f[\tan(x)\cdot g(x)]$.Halle $g'(\pi/4)$; si $g(\pi/4) = 1, f'(1) = 2$ y $h'(\pi/4) = 8$.

TEMA 1: (30 puntos)

Usando procedimientos algebraicos calcule:

a) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\sec 3x}{x\sec 3x}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\frac{1}{\cos 3x}}{x\frac{1}{\cos 3x}} = \lim_{x\to 0}\frac{\frac{\cos 3x-1}{\cancel{\cos 3x}}}{\frac{x}{\cancel{\cos 3x}}} = \lim_{x\to 0}\frac{\cos 3x-1}{x} * \left(\frac{3}{3}\right)$$

Se opera según la derivada de límites trigonométricos especiales $\frac{d}{dx}\left[\frac{\cos x-1}{x}\right] = 0$

$$3 * \left(\lim_{x\to 0}\frac{\cos 3x-1}{3x}\right) = 3 * 0 = 0$$

$$\boxed{\lim_{x\to 0}\frac{1-\sec 3x}{x\sec 3x} = 0}$$

b) La asíntota horizontal izquierda de $f(x) = \sqrt{4x^2 - ax} + 2x$

Definición

La asíntota $y = L$ se llama asíntota horizontal de la curva $y = f(x)$ si

$lim_{x\to -\infty} f(x) = L$ *(Asíntota horizontal izquierda)*

Se aplica el conjugado de $\sqrt{4x^2 - ax} + 2x$

$$\lim_{x\to -\infty}\sqrt{4x^2 - ax} + 2x * \frac{\sqrt{4x^2 - ax} - 2x}{\sqrt{4x^2 - ax} - 2x}$$

Para evaluar el límite en el infinito de una función racional, se divide el numerador y denominador entre la mayor potencia de x que hay en el denominado

$$\lim_{x\to -\infty}\frac{\cancel{4x^2}-ax-\cancel{4x^2}}{\sqrt{4x^2-ax}-2x} * \frac{-\frac{1}{x}}{+\frac{1}{\sqrt{(-x)^2}}}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{ax}{x}}{\sqrt{\frac{4x^2}{x^2}-\frac{ax}{x^2}}-\frac{2x}{-x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{a}{\sqrt{4}+2}$$

$$\boxed{y(x)=\frac{1}{4}a}$$

c) Usando la definición de derivada como límite calcule:

$$\boldsymbol{D_x\left[\frac{1}{1-x}\right]}$$

Definición de la derivada como límite $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{1-(x+h)}-\frac{1}{1-x}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1-x-1+x+h}{1-x-x+x^2-h+hx}}{h}$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\frac{h}{x^2-2x+1}}{\frac{h}{1}}=\frac{1}{x^2-2x+1}$$

$$\frac{1}{(x-1)^2}$$

$$\boxed{D_x\left[\frac{1}{1-x}\right]=\frac{1}{(x-1)^2}}$$

Comprobación

Utilizando "regla del cociente" $h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g\prime x(x)}{g(x)^2}$

$$D_x\left[\frac{1}{1-x}\right]=\frac{(0)(1-x)-(-1)(1)}{(1-x)^2}=\frac{1}{(1-x)^2}$$

TEMA 2 (30 puntos)

Usando algebra y reglas de derivación calcule:

a) $\boldsymbol{f'(x)}$ ***si*** $\boldsymbol{f(x) = 3\sqrt{x} + \frac{kx}{\sin x}}$

$$\boxed{f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}} + \frac{k\sin x - kx\cos x}{(\sin x)^2}}$$

b) $\boldsymbol{\frac{d}{dx}(\tan e^{2x})}$

$$f'(x) = \sec^2(e^{2x}) * e^{2x} * 2$$

$$\boxed{f'(x) = 2 * e^{2x} * \sec^2(e^{2x})}$$

c) $\boldsymbol{y'}$ ***si*** $\boldsymbol{2\sin\left(\frac{x}{y}\right) = xy + x}$

$$2\cos\left(\frac{x}{y}\right)\left(\frac{y - xy'}{y^2}\right) = xy' + y + 1$$

$$2\cos\left(\frac{x}{y}\right)(y - xy') = xy^2y' + y^3 + y^2$$

$$2y * \cos\left(\frac{x}{y}\right) - 2x * \cos\left(\frac{x}{y}\right)y' = y^3 + y^2 + xy^2y'$$

Se procede a despejar y'

$$-2x * \cos\left(\frac{x}{y}\right)y' - xy^2y' = y^3 + y^2 - 2y * \cos\left(\frac{x}{y}\right)$$

Factor común y'

$$y'\left(-2x * \cos\left(\frac{x}{y}\right) - xy^2\right) = y^3 + y^2 - 2y * \cos\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$\boxed{y' = \frac{y^3 + y^2 - 2y * \cos\left(\frac{x}{y}\right)}{-2x * \cos\left(\frac{x}{y}\right) - xy^2}}$$

TEMA 3 (15 puntos)

Determine el valor de la constante k en la curva $y = x^k$, tal que las rectas tangentes a dicha curva y a la elipse $3x^2 + y^2 = 4$, sean perpendiculares en el punto (1,1).

$$y = x^k$$

$$y' = m_t = kx^{(k-1)}$$

Elipse: $3x^2 + y^2 = 4$

$$y = \sqrt{4 - 3x^2}$$

Derivando la ecuación de la elipse

$$y' = \frac{1}{2} * (4 - 3x^2)^{-\frac{1}{2}} * -6x$$

$$y' = m_t = \frac{-6x}{2(4 - 3x^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{-3x}{\sqrt{4 - 3x^2}}$$

Substituyendo en el punto (1,1)

$$m(1) = -3$$

Derivando la curva $y = x^k$

$$y' = kx^{(k-1)}$$

Substituyendo en el punto (1,1)

$$\mathrm{m}(1) = k(1)^{(k-1)} = m(1) = k$$

Dos rectas con pendientes m_1 y m_2 son perpendiculares si y sólo si $m_1 m_2 = -1$

$$m_1 * m_2 = -1$$

$$(k)(-3) = -1$$

$$\boxed{k = \frac{1}{3}}$$

TEMA 4 (25 puntos)

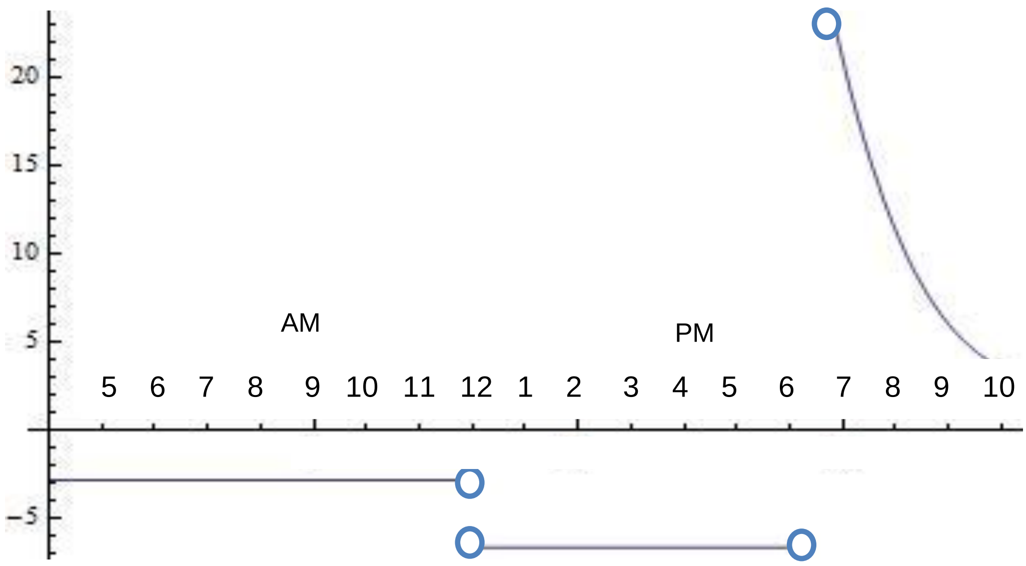
1) En cierto día de uso, la curva de carga y descarga en porcentaje de la batería de un teléfono móvil que se presenta en la pantalla es:

Calculando primero las pendientes

$$m_1 = \frac{80 - 100}{12 - 5} = -2.86$$

$$m_2 = \frac{40 - 80}{6 - 12} = -6.67$$

a) Explicando su procedimiento, esboce una gráfica de la razón de cambio instantánea de la carga con respecto al tiempo.



b) Determine qué intervalos la razón de cambio instantánea es continua y en qué horas es discontinua.

Continua

Es continua de (5 am - 12 pm), (12 pm – 6 pm), (6 pm - 10 pm)

Discontinua

A las 12 pm y a las 6 pm

2) Considere $\boldsymbol{h(x) = f[\tan(x) * g(x)]}$. Halle $\boldsymbol{g'\left(\frac{\pi}{4}\right)}$;

si $\boldsymbol{g\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1, \quad f'(1) = 2, \quad y \quad h'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 8.}$

$$h'(x) = f'[\tan(x) * g(x)] * [\tan(x) * g'(x) + (\sec x)^2 * g(x)]$$

Se substituye $\frac{\pi}{4}$ en la ecuación anterior

$$h'\left(\frac{\pi}{4}\right) = f'[(1) * (1)][1 * g'\left(\frac{\pi}{4}\right) + 2(1)]$$

Si se sabe que $h'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 8 \quad y \quad f'(1) = 2$

Se procede a despejar $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$$8 = 2 * [g'\left(\frac{\pi}{4}\right) + 2]$$

$$4 - 2 = g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\boxed{g'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2}$$