Proyecto 2

Fecha de entrega: martes 10 de octubre de 2017

Introducción:

El desarrollo de proyectos es importante en la formación del estudiante ya que le permite interactuar con sus compañeros en la solución de problemas, los cuales requieren el uso de tecnología para su solución.

Para resolver los problemas, el grupo de estudiantes debe realizar un análisis matemático así como realizar los cálculos utilizando el software que consideren conveniente. Entre los programas que pueden utilizar están: Scientific Notebok, Mathematica, Maple, derive, Mathlab, etc.

El informe debe ser presentado utilizando un procesador de textos, en cuyo caso deben importarse los resultados del programa matemático o bien editando completamente el informe con el editor que incluyen algunos programas como Scientific Notebook, Mathematica y Maple.

Problema 1: Series

Considere un exágono de lado L, a este exágono se le inscribe un triángulo equilátero, del cual se quitan los vértices y se deja un circulo tangente a dicho triángulo, como se muestra en la figura 1.

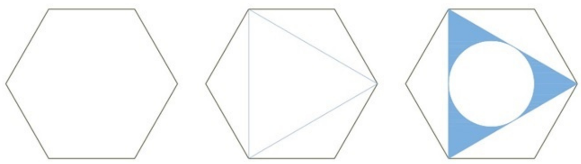
Figura 1

A la par de uno de los lados del exágono inicial se coloca un nuevo exágono de lado 10*M% de la longitud del lado del exágono anterior, a este segundo exágono se le coloca un tercer exágono de lado de longitud 10*M% menor a la del segundo exágono. El proceso anterior se repite de manera recurrente, hasta el infinito como se puede observar en la figura 2.

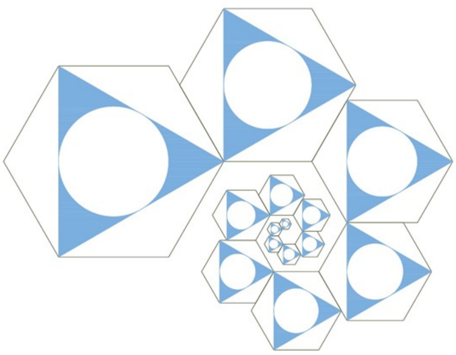
Figura 2

Cada vez que se agregue un nuevo exágono se debe incribir un triángulo equilátero del cual se quitan los vértices y se deja un círculo tangente al triángulo.

Tomando en cuenta el proceso anterior y sabiendo que:
L es la suma de los dígitos del número de carnet.
M es el residuo de la división de la suma de los dígitos del carnet entre 3 , si en caso el residuo da cero use M=2.
En los incisos de se debe usar una serie para calcular lo siguiente:

a. La suma de las áreas de todos los exágonos.
b. La suma de las áreas que se quitan de todos los triángulos inscritos.
c. La suma de las áreas de todos los círculos inscritos en los triángulos.
d. La suma de las áreas de todas las áreas blancas (la aque queda al quitar los vértices de los triángulos y dar los círculos inscritos a dichos triángulos)

Nota***: Recuerde que en su reporte, debe aparecer todo el proceso para encontrar las series en función de L, ya que respuestas sin procedimiento, no tienen valor****.*

Problema 2: Ecuaciones Polares

Problema 2a. Puntos de intersección y gráficas:

Dados los siguientes pares de curvas.

i. $r = 2\cos\theta \quad r = 1$

ii. $r^2 = 8\cos 2\theta \quad r = 3sen\theta$

iii. $r = 3\cos\theta \quad r = 1 + \cos\theta$

a. Use un SAC para encontrar la intersección de las siguientes curvas polares
b. Luego encuentre las intersecciones de las curvas **<u>a mano</u>**, dejando constancia de los procedimientos que lo llevaron a dichas respuestas.
c. Compare los resultados que obtuvo con su programa de cómputo con los obtenidos a mano
d. Use un SAC para graficar las dos curvas en un mismo sistema de coordenadas.
e. Plantee y resuelva la o las integrales necesarias para calcular el área que está dentro de la primera curva y fuera de la segunda curva.

Problema 2b. Puntos de intersección y áreas:

Dados los siguientes pares de curvas.

i. $r = 1 - \cos\theta \quad r = 1 + \cos\theta$

ii. $r = sen^2 2\theta + 1 \quad r = \cos^2 2\theta$

iii. $r^2 = sen2\theta \quad r^2 = \cos 2\theta$

a. Use un SAC para encontrar la intersección de las siguientes curvas polares
b. Luego encuentre las intersecciones de las curvas **<u>a mano</u>**, dejando constancia de los procedimientos que lo llevaron a dichas respuestas.
c. Use un SAC para graficar las dos curvas en un mismo sistema de coordenadas.
d. Plantee y resuelva la o las integrales necesarias para calcular el área que está dentro de ambas curvas.

Problema 2c. Puntos de intersección y áreas:

Dadas las siguientes curvas.

i. $r = 2\cos\theta$

ii. $r = 5\theta$

iii. $r = \theta^2$

iv. $r = 2 + 2\cos\theta$

a. Use un SAC para encontrar los valores de θ donde la curva pasa por el polo.
b. Plantee y resuelva una integral para calcular la longitud de la curva exacta.

Problema 2c. Puntos de intersección y áreas:

Dadas las curvas:

i. $r = 4\cos 3\theta$
ii. $r = 2sen5\theta$
iii. $r = 1 + 2sen\theta \quad (bucle\ externo).$

a. Use un SAC para encontrar los valores de θ donde la curva pasa por el polo.
b. Use un SAC para graficar la curva.
c. Plantee y resuelva una integral para calcular el área encerrada por uno de los bucles.
d. Plantee y resuelva una integral para calcular la longitud uno de los bucles.

Problema 3: Ecuaciones polares de las cónicas

En 1609 el matemático y astrónomo alemán Johannes Kepler, con base a enormes cantidades de datos astronómicos, publicó tres leyes del movimiento planetario, de estas, mencionaremos solamente la primera:

Un planeta gira alrededor del Sol en órbita elíptica con el sol en un foco.

Aun cuando Kepler formuló sus leyes en términos del movimiento de planetas alrededor del Sol, aplican bien al movimiento de cometas, satélites y otros cuerpos que giran sujetos a una sola fuerza gravitacional.

Para fines de cálculos astronómicos, es útil expresar la ecuación de una elipse, en términos de su excentricidad e y su semieje mayor a. Se puede escribir la distancia d del foco a la directriz en términos de a si usa:

$$a^2 = \frac{e^2 d^2}{\left(1 - e^2\right)^2} \quad \Rightarrow \quad d^2 = \frac{a^2\left(1 - e^2\right)^2}{e^2} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{a\left(1 - e^2\right)}{e}$$

Entonces $ed = a\left(1 - e^2\right)$, si la directriz es $x = d$.

Entonces la ecuación polar de una elipse con foco en el origen con semieje mayor a y excentricidad e es:

$$r = \frac{ed}{1 + e\cos\theta}$$

Las posiciones más cercana y más lejana de un planeta que al Sol, se denominan **perihelio (perigeo o periluna) y afelio (apogeo apoluna)**, respectivamente, y corresponden a los vértices de la elipse.

Las distancias anteriores están dadas por:

Al perihelio: $a(1 - e)$

Al afelio: $a(1 + e)$

2.1 Utilice un programa de cómputo que tenga la capacidad de dibujar gráficas en coordenadas polares. Para $0 < e < 1$, dibuje simultáneamente las representaciones gráficas para los valores de $e = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ manteniendo d fijo en $d = 3$.

2.2 Luego dibuje simultáneamente una representación gráfica manteniendo e fijo en $e = 0.6$ y haciendo variar d en $d = 2, 4, 6, 7.$ Explique los resultados obtenidos en ambas gráficas. ¿Qué cónica se produce?

2.3 Para $e = 1,$ dibuje simultáneamente cuando se hace variar el valor de $d = 3, 5, 7.$ ¿Qué cónica se obtiene?

2.4 Para $e > 1.$ Dibuje Simultáneamente la representación gráfica para los valores de $e = 1.25, 1.50, 2.5, 3, 6.$ manteniendo d fijo en $d = 3.$

2.5 Dibuje simultáneamente la representación gráfica para los valores de $d = 3, 4, 6, 8.$ y manteniendo e fijo en $e = 3.$ ¿Qué cónica se obtiene?

2.6 ¿Cómo cambia la gráfica al variar los valores de e y de d? Explique claramente.

2.7 Use los datos de la tabla siguiente para efectuar lo que se le pide, en todos los casos el eje polar interseca con la órbita del planeta en el perihelio (la distancia más pequeña al Sol) de los tres planetas.

Planeta	Excentricidad e	Semieje mayor (unidades astronómicas)
HD 69830 a	0.1	0.0785
HD 69830 b	0.13	0.186
HD 69830 c	0.07	0.63

Encuentre una ecuación para las órbitas de los planetas HD **69830 a**, HD **69830 b** y HD **69830 c** están dadas respectivamente por las ecuaciones

2.8 Dibuje simultáneamente las órbitas de los planetas **HD 69830a**, **HD 69830b** y **HD 69830c** planetas de **HD 69830** que es una estrella de tipo G7,5-K0 V de la constelación de Puppis. A su alrededor orbitan tres planetas y un posible cinturón de asteroides. Es el primer sistema planetario extrasolar con una estrella semejante al Sol que no contiene un planeta joviano, "planeta joviano" quiere decir que son planetas similares a Júpiter, es decir, que son gigantescos, que están compuestos esencialmente de hidrógeno y helio, y que su densidad es baja. Se toma a Júpiter como referencia, porque es el primer planeta con esas características que nos encontramos. De los tres planetas descubiertos, el más exterior se encuentra en la llamada "zona habitable" del sistema, es decir, en el rango de distancias a la estrella donde se puede encontrar agua en estado líquido. Los planetas tienen 10, 12 y 18 veces la masa de la Tierra y orbitan alrededor de la estrella con períodos de 9, 32 y 197 días, respectivamente. Fueron descubiertos mediante el espectrógrafo HARPS del telescopio de 3,6 metros del Observatorio de La Silla que forma parte del European Southern Observatory, en el desierto de Atacama (Chile).

Escoja una escala de tal forma que la órbita de HD **69830 c** ocupe casi todo el rectángulo de visualización.

2.9 Calcule los valores correspondientes del perihelio y el afelio de cada uno de los planetas.

2.10 Calcule las distancias que se le indican para cada planeta, según el valor del ángulo θ indicado en la tabla.

Planeta	**Angulo**
HD 69830 a	$\theta = \frac{5\pi}{6}$
HD 69830 b	$\theta = \frac{7\pi}{4}$
HD 69830 c	$\theta = \frac{3\pi}{2}$

Referencias

[1] Cálculo Trascendentes tempranas. Denis G. Zill, Warren S. Wright. Mc Graw Hill, cuarta edición.
[2] James Stewart. Cálculo de varias variables, Sexta edición. CENGAGE Learning.
[3] Edwards y Penny. Cálculo con Geometría analítica, 4a edición, Editorial PRENTICE HALL HISPANOAMERICANA, S. A.
[4] Edwin J. Purcell y Dalle Varberg. Calculo con geometría analítica. PRENTICE HALL. Sexta edición.
[5] Referencia:. An extrasolar planetary system with three Neptune-mass planets, *Nature,* 18 de mayo de 2006.
[6] Castillo Miguel. Instructivo para el uso de los Programas *Scientific Notebook*, *Matemática y Mathcad*
[7] https://es.wikipedia.org/wiki/Kepler-444
[8] http://mate.ingenieria-usac.edu.gt