



Proyecto No.1

Fecha de publicación: 26 de febrero de 2016

Fecha de entrega: 11 de marzo de 2016

Introducción:

Este proyecto tiene como objetivo familiarizar al estudiante del curso Matemática básica 1 con el uso de un sistema algebraico por computadora en la solución de problemas algebraicos. Entre los programas que pueden ser utilizados para éste propósito están: Mathematica, ScientificNotebook, Mathcad, Geogebra, MatLab. El estudiante puede utilizar el programa que considere conveniente, aunque se recomienda que utilice Mathematica.

Las actividades que el estudiante debe desarrollar en este proyecto se presentan en tres problemas. En el primero de ellos el estudiante debe obtener las soluciones aproximadas de ecuaciones algebraicas utilizando la representación gráfica de una función, luego debe encontrar la solución exacta de la misma. En el segundo se propone un problema que conduce a un sistema de ecuaciones, el cual se debe resolver en forma gráfica así como en forma exacta. El último es un problema de aplicación de la recta y la circunferencia, gráfico y analítico.

Problema 1: Solución de ecuaciones

Una ecuación con una incógnita puede surgir de la forma $f(x) = g(x)$ y resolverse en forma aproximada utilizando el procedimiento siguiente:

1. Expresar la ecuación en la forma $F(x) = f(x) - g(x) = 0$
2. Dibujar la representación gráfica de la función $F(x)$
3. Las soluciones de la ecuación se encuentran en los valores en donde la gráfica interseca al eje x . Para encontrar estos valores con la precisión requerida pueden hacerse ampliaciones sucesivas en los puntos de intersección, hasta que tengamos la solución con tantos decimales como sea necesario.

Para las ecuaciones dadas

i) Utilice el procedimiento descrito para encontrar las soluciones de cada ecuación con al menos dos decimales exactos.

ii) Encuentre las soluciones exactas de las ecuaciones utilizando los comandos apropiados.

$$1.1 \quad x^5 + x = 100$$

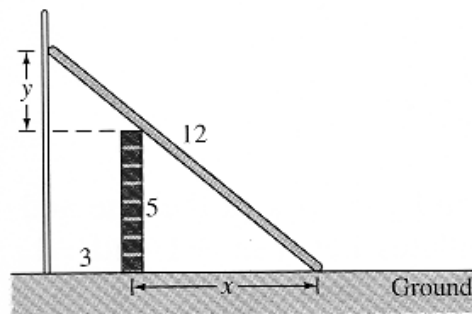
$$1.2 \quad x^2 = \frac{3}{2 - 5x}$$

$$1.3 \quad \sqrt{x - 2 + \sqrt{2x - 5}} + \sqrt{x + 2 + 3\sqrt{2x - 5}} = 7\sqrt{2}$$

- 1.4 $\sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{x+1} = (\sqrt[3]{2})x$
- 1.5 $100x^{-4/3} - 409x^{-2/3} = 36$
- 1.6 $|3x+5| - |1+3x| = 3$
- 1.7 $\sqrt[4]{2x^2-1} = x$
- 1.8 $\sqrt{2x-2} + \sqrt{3x-2} = \frac{4x+9}{\sqrt{3x-2}}$
- 1.9 $2x^2 - 6x - 8 = 7\sqrt{x^2 - 3x - 2}$
- 2.0 $\left(\frac{3x+9}{6}\right)^3 - 3\left(\frac{4}{2x+6}\right)^{-\frac{3}{2}} + 2 = 0$

Problema 2: Solución de un sistema de ecuaciones

La figura muestra una escalera de 12 pies de largo recargada sobre una pared de 5 pies de altura y que llega hasta una pared localizada a 3 pies de la pared. Se quiere determinar la distancia x desde la base de la escalera hasta la parte inferior de la pared.



- 2.1 Aplique el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo grande de la figura para obtener la ecuación
- $$(x+3)^2 + (y+5)^2 = 144$$
- que es la ecuación de una circunferencia con centro en $(-3,5)$ y radio 12.
- 2.2 Aplicando triángulos semejantes. Encuentre la ecuación
- $$xy = 15$$
- 2.3 Utilice su programa para dibujar en una misma ventana la representación gráfica de las dos ecuaciones. Observe que la solución del sistema de ecuaciones puede encontrarse aproximadamente determinando las coordenadas de los puntos de intersección de las gráficas.
- 2.4 Haga aproximaciones sucesivas para determinar las coordenadas de los puntos de intersección con dos cifras decimales.
- 2.5 Utilice los comandos apropiados de su programa de cómputo para resolver el sistema de ecuaciones.

Problema No. 3: Recta y ecuación del círculo

- 3.1 Utilice su geogebra u otro programa, para dibujar la gráfica del círculo $x^2 + (y + 1)^2 = 1$. Use una ventana de visualización apropiada.
- 3.2 Dibuje con su programa las rectas tangentes al círculo que pasan por el punto $(0, 1)$. Haga por lo menos 3 aproximaciones de la ventana, utilizando escalas de 1 a 1, 0.5 a 0.5 y de 0.2 a 0.2. Cada gráfico debe ser presentado en el informe.
- 3.3 Estime algebraicamente, a partir de lectura de las gráficas algunos valores para las pendientes de éstas rectas, formule las ecuaciones y dibuje sus representaciones gráficas en el mismo plano que el círculo. No copie el valor de la pendiente que da el programa matemático.
- 3.4 Para encontrar el valor exacto de la pendiente de éstas tangentes se requiere utilizar cálculo diferencial, sin embargo es posible encontrar su valor exacto siguiendo el siguiente procedimiento algebraico.
- Expresar la ecuación de la tangente en la forma $y = mx + b$, en donde el valor de m es desconocido.
 - Resuelva el sistema de ecuaciones formado por la recta tangente y la ecuación del círculo
$$x^2 + (y + 1)^2 = 1$$
$$y = mx + b$$
 - Despeje x en términos de m , del sistema de ecuaciones anterior utilizando la fórmula cuadrática.
 - Como la tangente y el círculo se intersecan en un solo punto, la ecuación cuadrática debe tener solución única y por lo tanto el discriminante de la misma debe ser cero. Igualé a cero el discriminante y despeje el valor de la variable m .
- 3.5 Compare los valores exactos de m con los valores estimados visualmente de m en el inciso 2.2. Dibuje la gráfica del círculo y de las dos rectas tangentes en un mismo plano de coordenadas, utilizando **las ecuaciones de las rectas**.

Referencias

- [1] Edwards y Penney. *Cálculo Con Geometría Analítica*. Séptima edición, Pearson-Prentice Hall.
- [2] Castillo Miguel. *Instructivo para el Taller de Matemática Básica 1*. Segunda edición, Editorial Estudiantil Fenix.
- [3] Castillo, Miguel. & Saquimux, José María. Manual de Hojas de Trabajo. Ecuaciones e inecuaciones, y modelación matemática. Departamento de Matemática, Facultad de Ingeniería. Universidad de San Carlos de Guatemala.
- [4] Stewart J. Redlin L. Watson S. *Precálculo*. Quinta. edición. Thomson editores.
- [5] Saquimux J. *Geometría de Precálculo*.