PROYECTO No. 1

PROBLEMA 1: LA CIRCUNFERENCIA DE LOS NUEVE PUNTOS

La circunferencia de los nueve puntos, también conocida como circunferencia de Euler, de Feuerbach o el círculo medio-inscrito, es una construcción geométrica importante que puede ser llevada a cabo en cualquier triángulo. En este proyecto se estudiaran algunas de sus propiedades, haciendo uso de geometría analítica.

La sección de cálculo debe elaborarse a mano haciendo una descripción del procedimiento, las secciones de gráfica deberán elaborarse en un procesador matemático o de texto. Las gráficas deben ser elaboradas en un programa de computadora, como son Mathematica, Scientific Notebook, Matlab, etc. Para la parte gráfica, se recomienda especialmente Geogebra o Cabri.

Para este proyecto se denominará la recta con el nombre de los puntos que están sobre de ella, por ejemplo si los puntos M y N pertenecen a la recta, entonces la recta se denominará por el nombre: Recta MN. Para las figuras geométricas se utilizará la notación referida en geometría, con la figura y los puntos principales de sus vértices: **por ejemplo** triángulo **ABC=ΔABC**, cuyos vértices son los siguientes puntos: $A(-2,0); B(2,10)\ y\ C(6,0)$.

Para cada una de las secciones del Curso de Matemática Básica 1, el auxiliar de clase dará un conjunto de puntos ABC por grupo, de tal manera que los cálculos se puedan manejar con el mismo procedimiento pero sus resultados serán diferentes.

Problemas a resolver:

1. Hallar las ecuaciones de las rectas AB , BC y AC. A las cuales se les denominará lados extendidos del triángulo ΔABC.

2. (a) Halle las coordenadas del punto medio entre B y C, al que llamaremos D.
   (b) Halle las coordenadas del punto medio entre C y A, al que llamaremos E.
   (c) Halle las coordenadas del punto medio entre B y A, al que llamaremos F.

3. (a) Halle la ecuación de la recta perpendicular a BC, que pasa por el vértice $\boldsymbol{A}$. La cual se llamará altura trazada desde $\boldsymbol{A}$. Halle también las coordenadas del punto de intersección de esta altura con su base BC. A este punto se le denotará como Punto $\boldsymbol{G}$ y es llamado pie de la altura trazada desde $\boldsymbol{A}$.
   (b) Halle la ecuación de la recta perpendicular a CA, que pasa por el vértice $\boldsymbol{B}$. La cual se llamará altura trazada desde $\boldsymbol{B}$. Halle también las coordenadas del punto de intersección de esta altura con su base CA. A este punto se le denotará como Punto $\boldsymbol{H}$ y es llamado pie de la altura trazada desde $\boldsymbol{B}$.

(c) Halle la ecuación de la recta perpendicular a AB, que pasa por el vértice $\boldsymbol{C}$. La cual se llamará altura trazada desde $\boldsymbol{C}$. Halle también las coordenadas del punto de intersección de esta altura con su base AB. A este punto se le denotará como Punto $\boldsymbol{I}$ y es llamado pie de la altura trazada desde $\boldsymbol{C}$.

(d) Grafique el triángulo ΔABC, con sus lados extendidos, y sus tres alturas, identificando cada una de ellas con su respectiva ecuación, haga la gráfica suficientemente grande, para poder nombrar cada elemento en la gráfica, así como los tres pies de las alturas.

4. Halle las coordenadas del punto de intersección de la altura trazada desde $\boldsymbol{B}$, y la altura trazada desde $\boldsymbol{C}$. Verifique que las coordenadas de dicho punto cumplen la ecuación de la altura trazada desde $\boldsymbol{A}$. De donde se puede concluir que las tres alturas concurren (se intersectan las tres en el mismo punto). A este punto de intersección se le denomina *ortocentro* del triángulo ΔABC.

5. (a) Halle las coordenadas del punto medio entre el ortocentro y el vértice $\boldsymbol{A}$. A este punto lo llamaremos $\boldsymbol{J}$.

   (b) Halle las coordenadas del punto medio entre el ortocentro y el vértice $\boldsymbol{B}$. A este punto lo llamaremos $\boldsymbol{K}$.

   (c) Halle las coordenadas del punto medio entre el ortocentro y el vértice $\boldsymbol{C}$. A este punto lo llamaremos $\boldsymbol{L}$.

6. Halle la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos D, E y F. Ésta es la circunferencia de Feuerbach, verifique que los puntos G, H, I, J, K y L también cumplen con la ecuación de dicha circunferencia y por lo tanto, los nueve puntos están en el mismo círculo. ¿Cuál es el radio de la circunferencia de los nueve puntos?

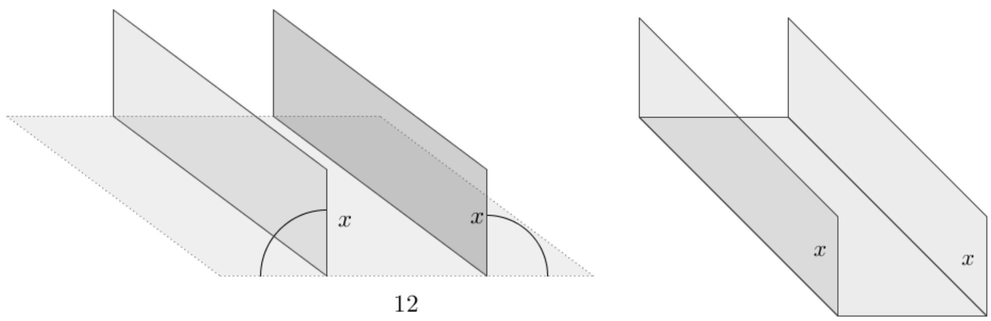
7. Halle la ecuación del círculo que pasa por los vértices ***A, B, C***. Éste es llamado *circuncírculo* del triángulo ΔABC. Calcule su radio y compruebe que éste valor es el doble del radio de la circunferencia de Feuerbach.

8. Al centro del *circuncírculo* también se le conoce como *circuncentro*. Investigue y escriba un método que permita calcular el *circuncentro*de cualquier triángulo, y que no utilice la ecuación del *circuncírculo*. No es necesario ejemplificar, solamente hay que describir ordenadamente, como si le estuviera explicando a otro compañero de clase el método. Explique si es cierto que, el *circuncentro* de un triángulo siempre se localiza en el interior del triángulo. Justifique la respuesta.

9. (a) Grafique el triángulo ΔABC con su *circuncírculo* y su circunferencia de Feuerbach. (b) Elabore otra gráfica en la que muestre el triángulo ΔABC, la circunferencia de Feuerbach y los nueve puntos importantes que se localizan en su borde.

PROBLEMA 2: MAXIMIZACIÓN

Una contratista de impermeabilizaciones está fabricando canales de techo para desagüe, con hojas de aluminio de 12 pulgadas de ancho. El contratista piensa usar una prensa de dobleces laterales de aluminio para hacer una canal al doblar longitudes iguales para los costados, como se ve en la figura.



(a) Sea x la longitud de él dobles o pared lateral del canal. Escriba una función $A(x)$ que represente el área transversal del canal.
(b) Determine el dominio de la función área transversal $A(x)$, grafique la función de área.
(c) Si la longitud de la hoja de aluminio es de 16 pies. Escriba una función de volumen $V(x)$ que represente el volumen de un tramo en términos de x
(d) Determine el dominio de la función volumen $V(x)$.
(e) Use un SAC para crear una tabla que muestre diferentes valores de x, en una escala de ½ pulgada en ½ pulgada de pared y los correspondientes volúmenes. Calcule numéricamente el valor del volumen máximo.
(f) Use un SAC para crear una gráfica de Volumen en función de x, determine el valor máximo.
(g) Haga pruebas de como variaría la longitud de x, si se hiciera variar la longitud del canal, por lo menos cinco datos. Explique.

Referencias

[1] Castillo Miguel. *Instructivo para el Taller de Matemátaica Básica 1.* Segunda edición, Editorial Estudiantil Fenix.
[2] Castillo, Miguel. &Saquimux, José María. Manual de Hojas de Trabajo. Ecuaciones e inecuaciones, y modelación matemática. Departamento de Matemática, Facultad de Ingeniería. Universidad de San Carlos de Guatemala.
[3] Bonilla, José Carlos. Problema para Proyecto de Matemática Básica 1. Segundo Semestre 2013.Ingeniería,USAC.
[4]Larson, Ron. &Falvo, david. Precálculo, Octava Edición. CENGAGE Learning. México, D.F.
[5] Stewart J. Redlin L. Watson S. *Precálculo.* Quinta. edición. Thomson editores.
[6] Saquimux J. *Geometría de Precálculo.*