Proyecto No.1

Entrega: martes 19 de septiembre de 2017

Introducción:

El desarrollo de la tecnología en el área de las computadoras y las calculadoras con capacidades numéricas, simbólicas y de graficación; ha influido en las metodologías utilizadas en los procesos enseñanza aprendizaje de las matemáticas. Esto se debe en parte a que los Sistemas Algebraicos por Computadora (SAC) permiten visualizar todo tipo de gráficas y realizar una amplia variedad de cálculos que hace apenas algunos años era imposible. Los profesores del Departamento de Matemática de la Facultad de Ingeniería, conocedores de esta realidad hemos impulsado el uso de las nuevas tecnologías a través del taller de matemática y proyectos grupo. Esperamos que los estudiantes hagan el esfuerzo que les corresponde con el objetivo de obtener una formación integral.

Objetivos:

Uno de los objetivos de este proyecto es que el estudiante utilice los sistemas algebraicos asistidos por computadora en la solución de problemas de cálculo diferencial e integral. El segundo objetivo es fomentar el trabajo en equipo en la solución de problemas, específicamente en el área de matemática.

Instrucciones:

1. El proyecto será desarrollado en grupos de tres estudiantes.
2. Cuando se requiera, los problemas serán resueltos utilizando un SAC. Se recomienda utilizar *Mathematica.*
3. El informe debe ser presentado en hojas tamaño carta, utilizando un procesador de texto y cuando el informe contenga gráficas, estás deben obtenerse por medio de un SAC. En ningún caso debe incluir contenido elaborado a mano.
4. El contenido del informe debe incluir al menos: introducción, objetivos, solución de los problemas, conclusiones, referencias.

Problema 1: Solución de ecuaciones

Una ecuación con una incógnita de la forma

$$f(x) = g(x)$$

Puede resolverse en forma aproximada utilizando el procedimiento siguiente:

1. Exprese la ecuación en la forma $F(x) = f(x) - g(x) = 0$

2. Dibuje la representación gráfica de la función $F(x)$

3. Las soluciones de la ecuación se encuentran en los valores en donde la gráfica interseca al eje x. Para encontrar estos valores con la precisión requerida pueden hacerse ampliaciones sucesivas en los puntos de intersección, hasta que tengamos la solución con tantos decimales como sea necesario.

Para las ecuaciones dadas

i) Utilice el procedimiento descrito para encontrar las soluciones de cada ecuación con al menos dos decimales exactos.

ii) Encuentre las soluciones de las ecuaciones utilizando los comandos apropiados del programa de cómputo (SAC).

iii) Resuelva las ecuaciones utilizando procedimientos algebraicos.

1.1 $$\frac{x^2}{3}+\frac{48}{x^2}=10\left(\frac{x}{3}-\frac{4}{x}\right)$$

1.2 $$\sqrt{x+3+4\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}=4$$

1.3 $$2\sqrt{\frac{2x}{x-1}}-2\sqrt{\frac{x-1}{2x}}=3$$

1.4 $$\frac{4x^2-20}{2x-5}+1=\frac{|2x|}{2x-5}$$

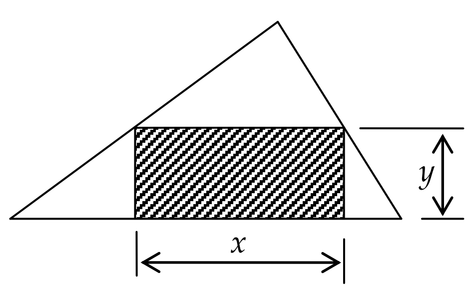
1.5 Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones dibujando en el mismo sistema de coordenadas las representaciones gráficas de las ecuaciones y luego haciendo aproximaciones hasta obtener las coordenadas aproximadas de los puntos de intersección.

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{3}{4}$$

$$\frac{x^2+y^2}{x+y}=\frac{10}{3}$$

Problema 2: Modelado de funciones

Se quiere construir un edificio rectangular, dentro de un terreno que tiene la forma de un triángulo rectángulo con lados de 50, 40 y 30 metros respectivamente. Por razones arquitectónicas, el frente del edificio debe coincidir con la hipotenusa del triángulo rectángulo, como se ilustra en la siguiente figura



3.1 En papel milimetrado haga un dibujo a escala del terreno.

3.2 Asigne los valores a x indicados en la tabla de abajo, para mida los correspondientes valores de y, calcule el área del edificio. Repita este procedimiento 11 veces y complete la tabla.

x	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$A(x)$											

3.3 Utilice el programa de cómputo para dibujar la representación gráfica de los datos de la tabla.

3.4 ¿Que curva cree que se ajusta mejor a los datos, una parábola o un polinomio de grado 3?

3.5 Utilice su SAC para obtener un modelo polinomial de grado 2 que se ajuste a los datos.

3.6 Dibuje la representación gráfica de los datos y el modelo obtenido en una misma pantalla.

3.7 Utilice su SAC para obtener un modelo polinomial de grado 3 que se ajuste a los datos.

3.8 Dibuje la representación gráfica de los datos y el modelo anterior en una misma pantalla.

3.9 De los dos modelos obtenidos, utilice el que mejor se ajuste a los datos para estimar las dimensiones del edificio de área máxima (el rectángulo más grande inscrito en el triángulo en la posición dada).

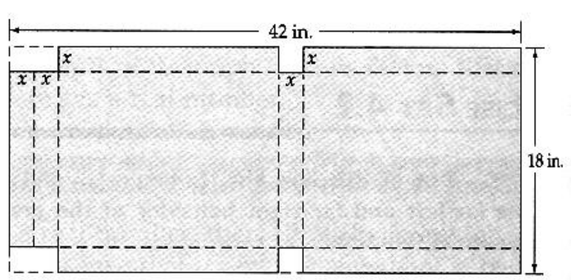
3.10 Utilizando el teorema de Pitágoras, semejanza de triángulos y las relaciones que considere apropiadas entre las variables, obtenga algebraicamente el modelo exacto que exprese el área del edificio en términos de x.

3.11 Dibuje en un mismo sistema de coordenadas la gráfica del modelo exacto y los modelos aproximados obtenidos anteriormente.

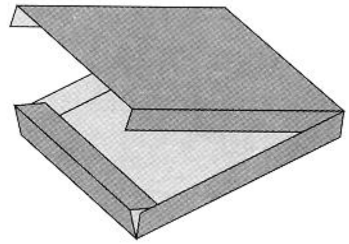
3.12 Compare el modelo exacto con los modelos aproximados. ¿Cuál de ellos es el que mejor ajusta los datos?

Problema 3: El problema de la caja de cartón

Una caja cerrada debe ser construida a partir de una pieza rectangular de cartón que tiene 18 pulgadas de ancho y 42 pulgadas de largo. La caja será hecha cortando dos pequeños rectángulos de longitud $2x$ por altura x en dos de las esquinas y cortando dos cuadrados de lado x en la parte superior e inferior, como se ilustra en la figura siguiente



al doblar el cartón en las líneas punteadas se obtiene la caja que se muestra en la figura siguiente



1.1 Construir una función polinomial $V(x)$ que exprese el volumen de la caja en términos de x.
1.2 Calcule el dominio de esta función.
1.3 Utilice su programa de cómputo para dibujar la representación gráfica de la función $V(x)$, utilizando un rectángulo de visualización apropiado.
1.4 Haga aproximaciones a la gráfica para estimar el valor de x para el cual el volumen de la caja es 400 pulgadas cúbicas.
1.5 Utilice el comando para resolver ecuaciones y encuentre el valor exacto de x para el cual el volumen es de 400 pulgadas cúbicas.
1.6 Utilice la representación gráfica para estimar el valor de x para el cual el volumen de la caja es máximo. Utilice este valor para estimar el volumen máximo.

Referencias

[1] Castillo Miguel. *Instructivo para el Taller de Matemátaica Básica 1*. Segunda edición, Editorial Estudiantil Fenix.
[2] Stewart J. Redlin L. Watson S. *Precálculo*. Quinta. edición. Thomson editores.
[3] Saquimux J. *Geometría de Elemental*.