

## Proyecto 1

Fecha de entrega: lunes 3 de octubre de 2016

### Introducción:

El desarrollo de este proyecto deberá realizarse a mano y presentado de acuerdo al reglamento publicado en la página del departamento de matemática (<http://mate.ingenieria.usac.edu.gt>)

### Campos de isóclinas generadas por computadora y curvas solución

Se halla disponible una extensa variedad de sistemas de álgebra por computadora u ambientes de computación, técnica que permiten automatizar la construcción de campos de isóclinas y curvas solución como lo hacen algunas calculadoras gráficas.

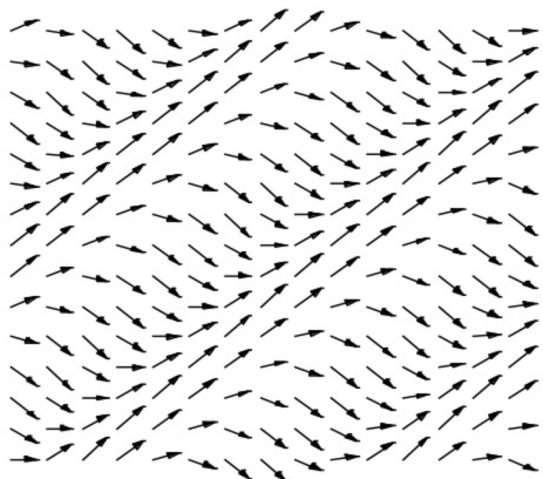


Figura 1

Campos de isóclinas y curvas soluciones para la ecuación diferencial  $\frac{dy}{dx} = \text{sen}(x - y)$  generadas por medio de un programa de cómputo.

### Investigación A

Grafique el campo de isóclinas y las curvas solución típicas para la ecuación diferencial  $\frac{dy}{dx} = \text{sen}(x - y)$ , con una ventana de  $-10 \leq x \leq 10$ ,  $-10 \leq y \leq 10$ , por ejemplo, deben apreciarse varias líneas rectas como curvas solución.

- a) Sustituya  $y = ax + b$  en la ecuación diferencial para determinar cómo deben ser los coeficientes  $a$  y  $b$  para obtener una solución.

b) Un sistema de álgebra por computadora proporciona la solución general

$$y(x) = x - 2 \tan^{-1} \left( \frac{x - 2 - C}{x - C} \right).$$

Grafique esta solución para algunos valores de la constante  $C$  y compare las curvas solución resultantes con las presentadas en la figura 1.

¿Puede observar que no existen valores de que  $C$  nos conduzcan a la solución lineal

$$y = x - \frac{\pi}{2} = 0 \text{ correspondiente a la condición inicial } y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0?$$

¿Existen valores de  $C$  para los cuales la curva solución se acerca a esta línea recta?

### Investigación B

Para su propia investigación considere que  $n$  sea el dígito mayor que 1, más pequeño en su

número de carnet, y por medio de la ecuación diferencial  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{n} \cos(x - ny)$ .

a) Investigue primero con el inciso (a) de investigación A, la posibilidad de líneas rectas como soluciones.

b) Genere después un campo de isóclinas para esta ecuación diferencial, con la ventana seleccionada de tal manera que pueda dibujar alguna de estas líneas rectas, además de un número suficiente de curvas solución no lineales, tal que se pueda realizar una conjetura acerca de qué le sucede a  $y(x)$  cuando  $x \rightarrow \infty$ . Realice su inferencia tan completamente como sea posible. Dado el valor inicial  $y(0) = y_0$  intente predecir (tal vez en términos de  $y_0$ ) el comportamiento de  $y(x)$  cuando  $x \rightarrow \infty$ .

c) Un sistema de álgebra en computadora proporciona la solución general

$$y(x) = \frac{1}{n} \left[ x + 2 \tan^{-1} \left( \frac{1}{x - c} \right) \right].$$

¿Puede establecer relación entre esta solución simbólica y sus curvas solución gráficas (líneas rectas o curvas)?

### Bibliografía:

ECUACIONES DIFERENCIALES con problemas con valores en la frontera. Octava edición. Dennis Zill Warren S. Wright.

ECUACIONES DIFERENCIALES con problemas con valores en la frontera. Cuarta edición. C. Henry Edwards y David E. Penny.