

## Proyecto 2

Fecha de entrega: martes 19 de abril de 2016

### Introducción:

El desarrollo de proyectos de grupos es importante en la formación del estudiante ya que le permite interactuar con sus compañeros en la solución de problemas, los cuales requieren el uso de tecnología para su solución.

Para resolver los problemas, el grupo de estudiantes debe realizar un análisis matemático así como realizar los cálculos utilizando el software que consideren conveniente. Entre los programas que puede utilizar están: Scientific Notebook, Mathematica, Maple, derive, Matlab, etc.

El informe debe ser presentado utilizando un procesador de textos, en cuyo caso deben importarse los resultados del programa matemático o bien editando completamente el informe con el editor que incluyen algunos programas como Scientific Notebook, Mathematica y Maple.

Nota: Es importante hacer notar que los grupos debe ser de tres integrantes como máximo.

### Problema 1: Ecuaciones polares de las cónicas

Para entender las órbitas de los planetas, los cometas y otros cuerpos celestes, es necesario saber algo de las propiedades y naturaleza de las secciones cónicas. Un tratamiento unificado para los tres tipos de cónicas en términos de un foco y la directriz, además si se coloca el foco en el origen, la cónica tiene una ecuación polar simple. Se concreta a la representación en forma polar de las secciones cónicas.

Teorema: Sea  $F$  un punto fijo (en este caso el polo) llamado foco y  $L$  una recta fija (directriz) en un plano. Sea un número positivo (excentricidad). El conjunto de los puntos  $P$  en el plano tal que

$$\frac{|PF|}{|PL|} = e$$

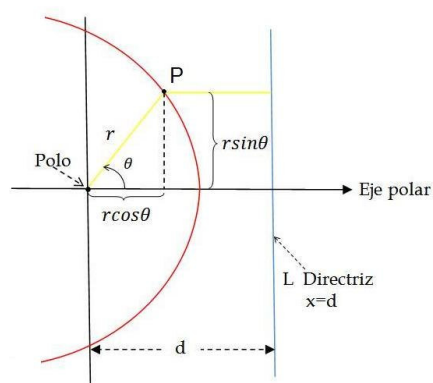
(La relación de la distancia de  $F$  a la distancia desde  $L$  es la constante  $e$  de la cónica.

La cónica es

- a) Una elipse si  $e < 1$
- b) Una parábola si  $e = 1$
- c) Una hipérbola si  $e > 1$

La ecuación polar de la cónica mostrada en el dibujo se

puede escribir como  $r = \frac{ed}{1 + e \cos \theta}$



- a. Utilice un programa de cómputo que tenga la capacidad de dibujar gráficas en coordenadas polares. Para  $0 < e < 1$ , para graficar simultáneamente las representaciones gráficas para los valores de  $e = 0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.9$  manteniendo  $d$  fijo en 4. Luego grafique simultáneamente una representación gráfica manteniendo  $e$  fijo en  $e = 0.5$  y haciendo variar  $d$  en  $d = 4, 5, 7, 8$ . Explique los resultados obtenidos en ambas gráficas. ¿Qué sección cónica se produce?

- b. Para  $e=1$ , dibuje simultáneamente la representación gráfica de la ecuación (1) cuando se hace variar el valor de  $d = 2, 4, 5, 6$ . ¿Qué cónica se obtiene? ¿Cómo cambia la gráfica al variar el valor de  $d$ ?
- c. Para  $e>1$ . Dibuje Simultáneamente la representación gráfica para los valores de  $e = 3, 5, 6$ . manteniendo  $d$  fijo en  $d = 3$  Dibuje simultáneamente la representación gráfica para los valores de  $d = 3, 6, 9$ . y manteniendo  $e$  fijo en  $e = 2$ . ¿Qué sección cónica se obtiene? ¿Cómo cambia la gráfica al variar los valores de  $e$  y de  $d$ ?

Ahora se está interesado en encontrar las ecuaciones polares para las órbitas de los planetas, donde el Sol está en el polo. Entonces estas ecuaciones se pueden graficar, y se puede, contestar preguntas acerca de las órbitas. El material de la tabla, se encuentra en el Almanaque mundial y contiene las excentricidades de las órbitas planetarias así como las distancias máxima y mínima al Sol en unidades astronómicas de cada uno de los planetas de nuestro sistema solar. En todos los casos el eje polar interseca con la órbita del planeta en el afelio (la distancia más grande al Sol)

		Semieje mayor
Planeta	Excentricidad	(Unidades astronómicas)
Mercurio	0.2056	0.3871
Venus	0.00677	0.7233
Tierra	0.0167	1.000
Marte	0.0934	1.524
Júpiter	0.0484	5.203
Saturno	0.0543	9.539
Urano	0.0460	19.18
Neptuno	0.0082	30.06

- d. Muestre que las órbitas de los planetas Venus, Marte y Urano están dadas respectivamente por las ecuaciones

$$r = \frac{0.72326685}{1 + (0.00677)\cos \theta} \quad r = \frac{1.510705}{1 + (0.0934)\cos \theta} \quad r = \frac{19.13942}{1 + (0.0460)\cos \theta}$$

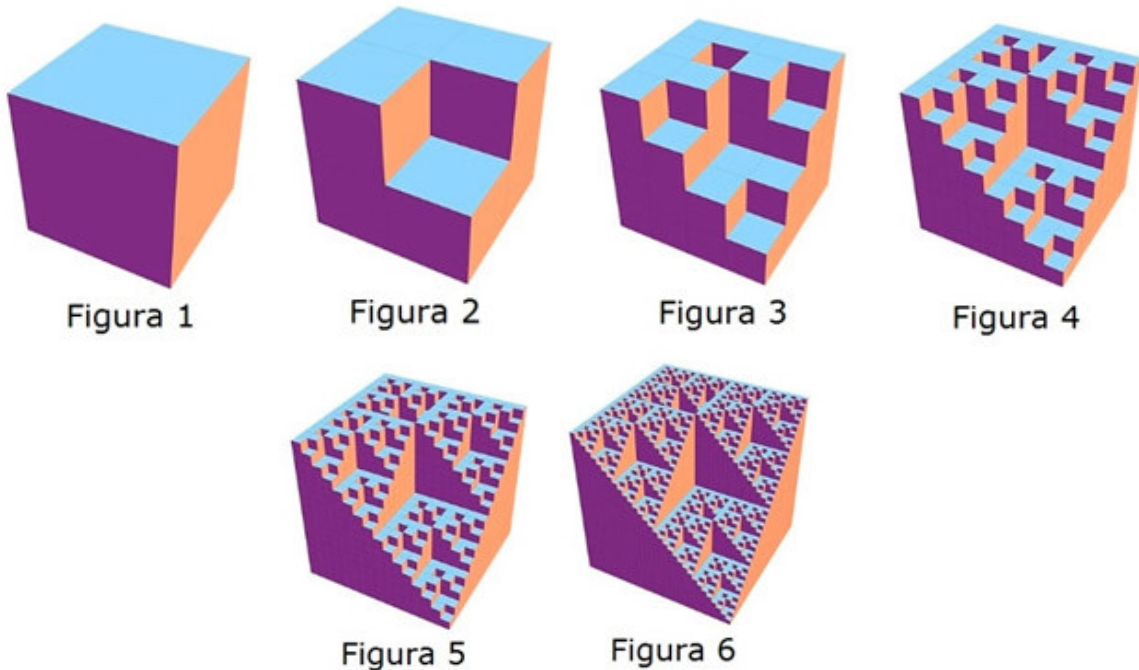
- e. Dibuje simultáneamente las órbitas de los planetas Venus, Marte y Urano. Escoja una escala de tal forma que la órbita de Urano ocupe casi todo el rectángulo de visualización.
- f. Encuentre las ecuaciones en forma polar de todos los planetas del sistema solar. Utilice las ecuaciones para dibujar una gráfica de las orbitas de todos los planetas del sistema solar. Escoja una escala tal que la órbita del planeta Plutón ocupe casi todo el rectángulo de visualización.

## Problema 2: Series

Considere un cubo de lado  $L$  (donde  $L =$  suma del último dígito de carnet de los integrantes más 5), del cual quita un cubo que tiene un octavo del volumen del primer cubo como se muestra en la figura 2.

Luego se elimina un cubo de cada uno de los cuatro cubos que quedan visibles desde arriba, como se muestra en la figura 3,

Se repite el proceso anterior de manera recurrente, hasta el infinito como se puede observar en las figura 4, 5 y 6



Tomando en cuenta el proceso anterior y planteando una serie (sumatoria) debe calcular lo siguiente:

- Qué queda del área superficial original.
- El volumen total que queda.

### Referencias

- [1] James Stewart. Cálculo de varias variables, Séptima edición. CENGAGE Learning.
  - [2] Edwards y Penny. Cálculo con Geometría analítica, 4a edición, Editorial PRENTICE HALL HISPANOAMERICANA, S. A.
  - [3] Edwin J. Purcell y DaleVarberg. Cálculo con geometría analítica. PRENTICE HALL. Sexta edición.
  - [4] Castillo Miguel. Instructivo para el uso de los Programas *Scientific Notebook*, *Matemática* y *Mathcad*
- [4] <http://mate.ingenieria-usac.edu.gt>