

PROYECTO # 2
MATEMÁTICA INTERMEDIA 3
(2do Semestre 2016)
Fecha de entrega: Miércoles 31 de octubre del 2018

1. INVESTIGACIÓN TEÓRICA

Desarrollar a mano los siguientes temas:

1.1. Métodos de Euler y análisis de error

- 1.1.1. Método de Euler
- 1.1.2. Método de Euler mejorado
- 1.1.3. Errores en los métodos numéricos

1.2. Método de Runge-Kutta

- 1.2.1. Método de Runge-Kutta de primer orden
- 1.2.2. Método de Runge-Kutta de segundo orden
- 1.2.3. Método de Runge-Kutta de cuarto orden

2. PROBLEMAS A RESOLVER

Nota Importante: Debe desarrollar a mano las primeras tres iteraciones, las siguiente pueden efectuarse en excel.

En los siguientes problemas construir una tabla para comparar los valores indicados de $y(x)$ mediante el método que se indica.

2.1 Use un solucionador numérico y el método e Euler para obtener una aproximación a cuatro decimales del valor indicado. Primero, utilice $h = 0.1$ y después utilice $h = 0.05$.

$$y' = x^2 + y^2, y(0) = 1; \quad y(0.5)$$

2.2 Use el método de Euler mejorado para obtener una aproximación de cuatro decimales del valor indicado. Primero utilice $h = 0.1$ y después utilice $h = 0.05$.

$$y' = (x - y)^2, y(0) = 0.5; \quad y(0.5)$$

2.3 Aunque podría no ser evidente de la ecuación diferencial, su solución podría tener “un mal comportamiento” cerca de un punto x en el que se desea aproximar $y(x)$. Los procedimientos numéricos podrían dar resultados bastante distintos cerca de este punto. Sea $y(x)$ la solución del problema con valores iniciales $y' = x^2 + y^3, y(1) = 1$.

- a) Use un programa de solución numérica para trazar la solución en el intervalo $[1, 1.4]$.
- b) Con el tamaño de paso $h = 0.1$, compare los resultados obtenidos con el método de Euler con los del método de Euler mejorado en la aproximación de $y = (1.4)$.

2.4 Si la resistencia del aire es proporcional al cuadrado de la velocidad instantánea, entonces la velocidad v de una masa m que se deja caer desde cierta altura se determina de

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv^2, \quad k > 0$$

Sea $v(0) = 0$, $k = 0.125$, $m = 5$ slugs y $g = 32$ pies/ s^2 .

- a) Use el método RK4 con $h = 1$ para aproximar la velocidad $v(5)$.
- b) Utilice un programa de solución numérica para trazar la gráfica solución de PVI en el intervalo $[0, 6]$.
- c) Utilice la separación de variables para resolver el PVI y luego determine el valor real de $v(5)$.

2.5 Considere el problema con valores iniciales $y' = x^2 + y^3$, $y(1) = 1$. Vea el problema del inciso 2.3.

- a) Compare los resultados obtenidos de usar el método RK4 en el intervalo $[1, 1.4]$ con tamaños de paso $h = 0.1$ y $h = 0.05$.
- b) Utilice un programa de solución numérica para trazar la gráfica solución del problema con valores iniciales en el intervalo $[1, 1.4]$.