Proyecto 2

Fecha de entrega: martes 18 de abril de 2017

Introducción:

El desarrollo de proyectos de grupos es importante en la formación del estudiante ya que le permite interactuar con sus compañeros en la solución de problemas, los cuales requieren el uso de tecnología para su solución.

Para resolver los problemas, el grupo de estudiantes debe realizar un análisis matemático así como realizar los cálculos utilizando el software que consideren conveniente. Entre los programas que pueden utilizar están: Scientific Notebok, Mathematica, Maple, derive, Mathlab, etc.

El informe debe ser presentado utilizando un procesador de textos, en cuyo caso deben importarse los resultados del programa matemático o bien editando completamente el informe con el editor que incluyen algunos programas como Scientific Notebook, Mathematica y Maple.

Nota:

- Es importante hacer notar que los grupos debe ser de tres integrantes como máximo.
- No se aceptarán reportes a mano.

Problema 1: Series

Considere un triángulo equilátro de lado L como se muestra en la figura 1, luego partiendo del triángulo de figura 1 se dibuja un nuevo triángulo uniendo los centros de los lados y se elimina el triángulo central como se puede observar en figura 2, el resultado será tres triángulos semejantes al inicial de área (cada uno) cuatro veces menor que el área inicial. Se procede de la misma manera con cada uno de los tres triángulos que quedaron en la figura dos, ver figura tres

Se repite el proceso anterior de manera recurrente, hasta el infinito como se puede observar en la figura 4.

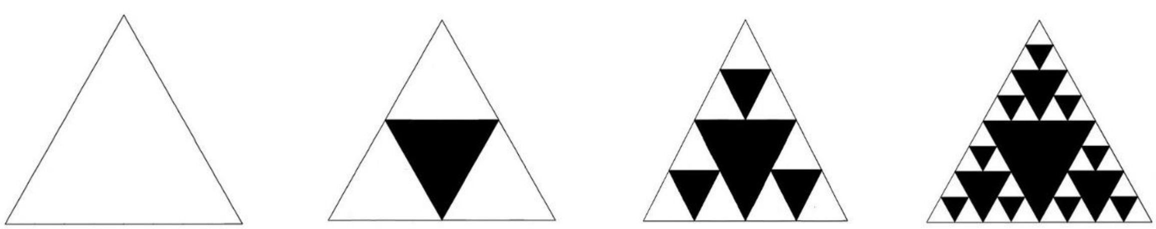

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

Tomando en cuenta el proceso anterior y sabiendo que L es la suma de los dígitos del número de carnet de los integrantes del grupo, deben usar una serie para calcular lo siguiente:

a. El área que se quita del tríangulo inicial.
b. El área que queda del triángulo inicial.
c. La suma de los perímetros de todos los triángulos que se quitan.

Nota: Recuerde que en su reporte, debe aparecer todo el proceso para encontrar la serie en función de L, ya que respuestas sin procedimiento, no tienen valor.

Problema 2: Ecuaciones polares de las cónicas

En 1609 el matemático y astrónomo alemán Johannes Kepler, con base a enormes cantidades de datos astronómicos, publicó tres leyes del movimiento planetario, de estas, mencionaremos solamente la primera:

Un planeta gira alrededor del Sol en órbita elíptica con el sol en un foco.

Aun cuando Kepler formuló sus leyes en términos del movimiento de planetas alrededor del Sol, aplican bien al movimiento de cometas, satélites y otros cuerpos que giran sujetos a una sola fuerza gravitacional.

Para fines de cálculos astronómicos, es útil expresar la ecuación de una elipse, en términos de su excentricidad e y su semieje mayor a. Se puede escribir la distancia d del foco a la directriz en términos de a si usa:

$$a^2 = \frac{e^2 d^2}{\left(1-e^2\right)^2} \quad \Rightarrow \quad d^2 = \frac{a^2\left(1-e^2\right)^2}{e^2} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{a\left(1-e^2\right)}{e}$$

Entonces $ed = a\left(1-e^2\right)$, si la directriz es $x = d$.

Entonces la ecuación polar de una elipse con foco en el origen con semieje mayor a y excentricidad e es:

$$r = \frac{ed}{1 + e\cos\theta}$$

Las posiciones más cercana y más lejana de un planeta que al Sol, se denominan **perihelio y afelio**, respectivamente, y corresponden a los vértices de la elipse.

Las distancias anteriores están dadas por:

Al perihelio: $a(1-e)$

Al afelio: $a(1+e)$

2.1 Utilice un programa de cómputo que tenga la capacidad de dibujar gráficas en coordenadas polares. Para $0 < e < 1$, dibuje simultáneamente las representaciones gráficas para los valores de $e = 0.2,\ 0.4,\ 0.6,\ 0.7$ manteniendo d fijo en $d = 2.$

2.2 Luego dibuje simultáneamente una representación gráfica manteniendo e fijo en $e = 0.5$ y haciendo variar d en $d = 3,\ 5,\ 7.$ Explique los resultados obtenidos en ambas gráficas. ¿Qué cónica se produce?

2.3 Para $e = 1,$ dibuje simultáneamente cuando se hace variar el valor de $d = 2,\ 4, 6.$ ¿Qué cónica se obtiene?

2.4 Para $e > 1.$ Dibuje Simultáneamente la representación gráfica para los valores de $e = 1.5, 1.75,\ 2.1,\ 3,\ 6,\ 8,$ manteniendo d fijo en $d = 4.$

2.5 Dibuje simultáneamente la representación gráfica para los valores de $d = 2,\ 4,\ 6,\ 8.$ y manteniendo e fijo en $e = 2.$ ¿Qué cónica se obtiene?

2.6 ¿Cómo cambia la gráfica al variar los valores de e y de d? Explique claramente.

2.7 Use los datos de la tabla siguiente para efectuar lo que se le pide, en todos los casos el eje polar interseca con la órbita del exoplaneta en el perihelio (la distancia más pequeña al Sol) de los 5 exoplanetas de Kepler 444.

Exoplaneta	**Excentricidad e**	**Semieje mayor (unidades astronómicas)**
Kepler-444b	0.16	0.04178
Kepler-444c	0.31	0.04888
Kepler-444d	0.18	0.06000
Kepler-444e	0.10	0.06960
Kepler-444f	0.29	0.8110

Encuentre una ecuación para las órbitas de los exoplanetas Kepler-444b, Kepler-444d y Kepler-444f están dadas respectivamente por las ecuaciones

2.8 Dibuje simultáneamente las órbitas de los planetas Kepler-444b, Kepler-444d y Kepler-444f exoplanetas de Kepler-444 que es una estrella de **Kepler-444** es una estrella ubicada a unos 117 años luz de la Tierra en la constelación de Lyra, con una edad estimada en unos 11,8 ±1 miles de millones de años. Pertenece a un sistema triple, con dos compañeras enanas rojas muy juntas, a una distancia de unas 60 UA, el doble de la distancia del Sol a Neptuno. El 27 de enero de 2015, la administración del Telescopio Espacial Kepler reportó la confirmación de la detección de los cinco exoplanetas rocosos de tamaño inferior a la Tierra orbitando la estrella.

Escoja una escala de tal forma que la órbita de Kepler-444f ocupe casi todo el rectángulo de visualización.

2.9 Calcule los valores correspondientes del perihelio y el afelio de cada uno de los exoplanetas.

2.10 Calcule las distancias que se le indican para cada exoplaneta, según el valor del ángulo θ indicado en la tabla.

Planeta	**Angulo**
Kepler-444b	$\theta = \frac{5\pi}{4}$
Kepler-444c	$\theta = \frac{\pi}{3}$
Kepler-444e	$\theta = \frac{2\pi}{3}$

Referencias

[1] Cálculo Trascendentes tempranas. Denis G. Zill, Warren S. Wright. Mc Graw Hill, cuarta edición.
[2] James Stewart. Cálculo de varias variables, Sexta edición. CENGAGE Learning.
[3] Edwards y Penny. Cálculo con Geometría analítica, 4a edición, Editorial PRENTICE HALL HISPANOAMERICANA, S. A.
[4] Edwin J. Purcell y Dalle Varberg. Calculo con geometría analítica. PRENTICE HALL. Sexta edición.
[5] Castillo Miguel. Instructivo para el uso de los Programas *Scientific Notebook*, *Matemática y Mathcad*
[6] https://es.wikipedia.org/wiki/Kepler-444

[7] http://mate.ingenieria-usac.edu.gt