Proyecto 2

Fecha de entrega: lunes 15 de octubre de 2018

Introducción:

El desarrollo de proyectos en pareja es importante en la formación del estudiante ya que le permite interactuar con sus compañeros en la solución de problemas, los cuales requieren el uso de tecnología para su solución.

Para resolver los problemas, los dos estudiantes deben realizar un análisis matemático así como realizar los cálculos utilizando el **software** que consideren conveniente. Entre los programas que pueden utilizar están: Scientific Notebok, Mathematica, Maple, derive, Mathlab, etc.

El informe debe ser presentado utilizando un procesador de textos, en cuyo caso deben importarse los resultados del programa matemático o bien editando completamente el informe con el editor que incluyen algunos programas como Scientific Notebook, Mathematica y Maple.

Problema 1: Ecuaciones Polares

Problema 1a. Puntos de intersección, gráficas y cálculo de áreas:

Dados los siguientes pares de curvas.

i. $r = 6\cos\theta \quad r = 3$

ii. $r = 2\sin\theta \quad r^2 = 4\cos 2\theta$

iii. $r = \sin\theta \quad r = 1 - 2\sin\theta$

iv. $r = \dfrac{8}{4+4\sin\theta} \quad r = \dfrac{8}{4-4\cos\theta}$

a. Use un SAC para encontrar la intersección de las dos curvas polares.
b. Luego encuentre **<u>a mano</u>**, las intersecciones de las curvas polares en $0 \le \theta \le 2\pi$ dejando constancia de los procedimientos que lo llevaron a dichas respuestas.
c. Compare los resultados que obtuvo con su programa de cómputo con los obtenidos a mano
d. Use un SAC para graficar las dos curvas (cada una de color diferente) en un mismo sistema de coordenadas.
e. Plantee y resuelva la o las integrales necesarias para calcular el área que está dentro de la primera curva y fuera de la segunda curva.

Problema 1b. Puntos de intersección y cálculo de áreas:

Dados los siguientes pares de curvas.

i. $r = 1 + sen\theta \quad r = 1 + \cos\theta$
ii. $r = 2 + 2sen\theta \quad r = 1$
iii. $r = \cos\theta \quad r = 2\sin 2\theta$
iv. $r = \dfrac{5}{6 - 4\sin\theta} \quad r = \dfrac{5}{6 - 4\cos\theta}$

a. Use un SAC para encontrar la intersección de las curvas polares en $0 \le \theta \le 2\pi$.
b. Luego encuentre **<u>a mano</u>**, las intersecciones de las curvas en $0 \le \theta \le 2\pi$ dejando constancia de los procedimientos que lo llevaron a dichas respuestas.
c. Use un SAC para graficar las dos curvas (cada curva de color diferente) en un mismo sistema de coordenadas.
d. Plantee y resuelva la o las integrales necesarias para calcular el área que está dentro de ambas curvas.

Problema 1c. Gráficas de curvas y cálculo longitudes de curva:

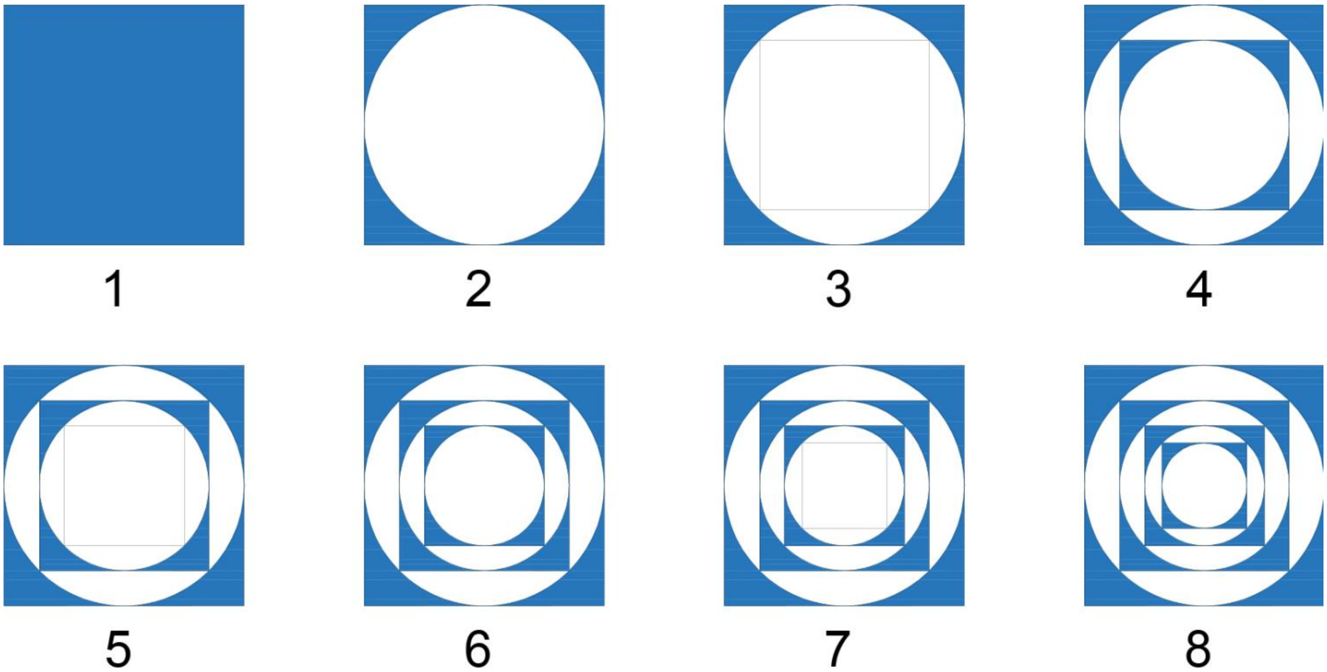
Dadas las curvas:

i. $r = 4\cos 3\theta$
ii. $r = 3\sin 4\theta$
iii. $r^2 = 4\cos 2\theta$
iv. $r^2 = -25\sin 2\theta$

a. Use un SAC para graficar cada curva.
b. Use un SAC para encontrar los valores de θ en $0 \le \theta \le 2\pi$ donde la curva pasa por el polo.
c. Determine **a mano** los valores de θ en $0 \le \theta \le 2\pi$ donde la curva pasa por el polo y compárelos con los que obtuvo en el inciso anterior.
d. Plantee y resuelva una integral para calcular el área encerrada por uno de los pétalos de cada curva.
e. Plantee una integral para calcular la longitud exacta de uno de los pétalos de las curvas.

Problema 2: **Series**

Se dibuja un cuadrado de lado 2R dentro del cual se inscribe un cìrculo, dentro del cìrculo se inscribe un cuadrado en el que se inscribe un cìrculo y así infinitamente, a continuaciòn, puede ver el grafico de los primero 8 pasos de lo descrito descrito.



Tomando en cuenta el proceso anterior y sabiendo que:
R es la suma de los dígitos de los números de carnet,
En cada inciso debe plantear una serie para calcular lo siguiente:

a. La suma de todas las areas que quedan del cuadrado, al quitar los cìrculos inscritos en cada uno de los cuadrados (suma de todas las áreas azules), de acuerdo al enunciado .
b. La suma de las areas que quedan de los círculos (suma de areas blancas).
c. La suma de los radios de todos los círculos inscritos en los cuadrados.

Nota***: Recuerde que en su reporte, debe aparecer todo el proceso para encontrar las series en función de R, hasta que tenga deducida cada fórmula deberá sustituir el valor de R, el que también debe ser claramente calculado para poder verificar que es el que le corresponde a su grupo, ya que respuestas sin procedimiento o copiadas, no tienen valor.***

Problema 3: Ecuaciones polares de las cónicas

En 1609 el matemático y astrónomo alemán Johannes Kepler, con base a enormes cantidades de datos astronómicos, publicó tres leyes del movimiento planetario, de estas, mencionaremos solamente la primera:

Un planeta gira alrededor del Sol en órbita elíptica con el sol en un foco.

Aun cuando Kepler formuló sus leyes en términos del movimiento de planetas alrededor del Sol, aplican bien al movimiento de cometas, satélites y otros cuerpos que giran sujetos a una sola fuerza gravitacional.

Para fines de cálculos astronómicos, es útil expresar la ecuación de una elipse, en términos de su excentricidad e y su semieje mayor a. Se puede escribir la distancia d del foco a la directriz en términos de a si usa:

$$a^2 = \frac{e^2 d^2}{\left(1-e^2\right)^2} \quad \Rightarrow \quad d^2 = \frac{a^2\left(1-e^2\right)^2}{e^2} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{a\left(1-e^2\right)}{e}$$

Entonces $ed = a\left(1-e^2\right)$, si la directriz es $x = d$.

Entonces la ecuación polar de una elipse con foco en el origen con semieje mayor a y excentricidad e es:

$$r = \frac{ed}{1+e\cos\theta}$$

Las posiciones más cercana y más lejana de un planeta que al Sol, se denominan **perihelio (perigeo o periluna) y afelio (apogeo apoluna)**, respectivamente, y corresponden a los vértices de la elipse.

Las distancias anteriores están dadas por:

Al perihelio: $a(1-e)$

Al afelio: $a(1+e)$

2.1 Utilice un programa de cómputo que tenga la capacidad de dibujar gráficas en coordenadas polares. Para $0 < e < 1$, dibuje simultáneamente las representaciones gráficas para los valores de $e = 0.2,\ 0.6$ manteniendo d fijo en $d = 5$

2.2 Luego dibuje simultáneamente una representación gráfica manteniendo e fijo en $e = 0.9$ y haciendo variar d en $d = 1, 3.$ Explique los resultados obtenidos en ambas gráficas. ¿Qué cónica se produce?

2.3 Para $e = 1,$ dibuje simultáneamente cuando se hace variar el valor de $d = 4, 8.$ ¿Qué cónica se obtiene?

2.4 Para $e > 1.$ Dibuje Simultáneamente la representación gráfica para los valores de $e = 1.5,\ 4.$ manteniendo d fijo en $d = 2.$

2.5 Dibuje simultáneamente la representación gráfica para los valores de $d = 2,\ 8.$ y manteniendo e fijo en $e = 4.$ ¿Qué cónica se obtiene?

2.6 ¿Cómo cambia la gráfica al variar los valores de e y de d? Explique claramente.

2.7 Use los datos de la tabla siguiente para hallar la ecuación en polares del planeta, así como las distancias del perihelio y del afelio, en todos los casos el eje polar interseca con la órbita del planeta en el perihelio (la distancia más pequeña al Sol).

Planeta	**Excentricidad e**	**Semieje mayor (unidades astronómicas)**
HD 69830 a	0.1	0.0785
HD 69830 b	0.13	0.186
HD 69830 c	0.07	0.63

Encuentre una ecuación para las órbitas de los planetas **HD 69830 a**, **HD 69830 b** y **HD 69830 c** están dadas respectivamente por las ecuaciones

2.7.1 Dibuje simultáneamente las órbitas de los planetas Escoja una escala de tal forma que la órbita de HD 69830 b (corrección antes decía Saturno) ocupe casi todo el rectángulo de visualización.

2.7.2 Calcule los valores correspondientes del perihelio y el afelio de cada uno de los planetas.

2.7.3 Calcule las distancias que se le indican para cada planeta, según el valor del ángulo θ indicado en la tabla.

Planeta	Angulo
HD 69830 a	$\theta = \frac{\pi}{2}$
HD 69830 b	$\theta = \frac{3\pi}{4}$
HD 69830 c	$\theta = \frac{2\pi}{3}$

Referencias

[1] Cálculo Trascendentes tempranas. Denis G. Zill, Warren S. Wright. Mc Graw Hill, cuarta edición.
[2] James Stewart. Cálculo de varias variables, Sexta edición. CENGAGE Learning.
[3] Edwards y Penny. Cálculo con Geometría analítica, 4a edición, Editorial PRENTICE HALL HISPANOAMERICANA, S. A.
[4] Edwin J. Purcell y Dalle Varberg. Calculo con geometría analítica. PRENTICE HALL. Sexta edición.
[5] Referencia:. An extrasolar planetary system with three Neptune-mass planets, *Nature,* 18 de mayo de 2006.
[6] Castillo Miguel. Instructivo para el uso de los Programas *Scientific Notebook*, *Matemática y Mathcad*
[7] https://es.wikipedia.org/wiki/Kepler-444
[8] http://mate.ingenieria-usac.edu.gt