UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE 103-1-M-2-12-2017

CURSO:	**Matemática Básica 2**
SEMESTRE:	**Segundo**
CÓDIGO DEL CURSO:	**103**
TIPO DE EXAMEN:	**Primer parcial**
FECHA DE EXAMEN:	**11 de diciembre del 2017**
PERSONA QUE ELABORÓ LA CLAVE:	**María José Alburez García**
PERSONA QUE REVISÓ LA CLAVE:	**Ing. Miguel Castillo**

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA — Lunes 11/12/2017
FACULTAD DE INGENIERÍA — TEMARIO A01
MATEMÁTICA BÁSICA 2

PRIMER EXAMEN PARCIAL

TEMA No. 1: (20 puntos)

$$g(x) = 4\sqrt{x+4}$$

Dada la siguiente función:
Determine:

1. La pendiente de la recta tangente a la curva de g(x) en x=-3, calculándola por:
   a) Definición por límite para el cálculo de la pendiente en un punto: $\lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$
   b) Derivada de la función, determinada por definición de límite.

2. La ecuación de la recta tangente.

TEMA No. 2: (40 puntos)
Encuentre el valor del límite, si existe, si no lo hay explique por qué:

a) $\lim_{x\to 6}\left[\frac{(x-3)^2-9}{x^3-4x^2-12x}\right]$
b) $\lim_{x\to -\infty}\left[\frac{\sqrt{4x^2-1}}{2x+3}\right]$

TEMA No. 3: (20 puntos)
Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{sen(x^3)}{1+\cos(x^3)}$

TEMA No. 4: (20 puntos)
Dada la siguiente función:

$$h(x) = \frac{3x^2+7x-10}{2x^2-x-15}$$

a) Encuentre los interceptos con los ejes de coordenadas.
b) Determine las ecuaciones de las asíntotas verticales.

TEMA 1

$$g(x) = 4\sqrt{x+4}$$

Dada la siguiente función:

Determine:

1. La pendiente de la recta tangente a la curva de g(x) en x=-3, calculándola por:
   a) Definición por límite para el cálculo de la pendiente en un punto: $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

#	Descripción	Operación
1.	Se evalúa la función en "–3" y "-3+h".	$g(-3) = 4\sqrt{-3+4} = 4\sqrt{1} = 4$ $g(-3+h) = 4\sqrt{-3+h+4} = 4\sqrt{h+1}$
2.	Se evalúa el límite y se simplifica.	$\lim_{h\to 0}\frac{4\sqrt{h+1}-4}{h} = 4\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{h+1}-1}{h} =$ $4\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{h+1}-1}{h} * \frac{\sqrt{h+1}+1}{\sqrt{h+1}+1} = 4\lim_{h\to 0}\frac{h+1-1}{h\left[\sqrt{h+1}+1\right]} =$ $4\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{h+1}+1} = 4\frac{1}{2} = 2$

   b) Derivada de la función, determinada por definición de límite.

#	Descripción	Operación
1.	Se evalúa la función en "x" y "x+h".	$g(x) = 4\sqrt{x+4}$ $g(x+h) = 4\sqrt{x+h+4}$
2.	Se evalúa el límite.	$g'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{4\sqrt{x+h+4}-4\sqrt{x+4}}{h} =$ $4\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x+h+4}-\sqrt{x+4}}{h} =$ $4\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x+h+4}-\sqrt{x+4}}{h} * \frac{\sqrt{x+h+4}+\sqrt{x+4}}{\sqrt{x+h+4}+\sqrt{x+4}} =$ $4\lim_{h\to 0}\frac{x+h+4-x-4}{h[\sqrt{x+h+4}+\sqrt{x+4}]} =$ $4\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+h+4}+\sqrt{x+4}} = \frac{4}{2\sqrt{x+4}}$
3.	Se evalúa la derivada en "-3".	$m(-3) = \frac{4}{2\sqrt{-3+4}} = 2$

2. La ecuación de la recta tangente.

#	Descripción	Operación
1.	Se encuentra la ecuación utilizando el punto (-3,4) y la pendiente.	$\frac{y-4}{x+3}=2$ $y=2x+6+4$ $y=2x+10$

TEMA 2

Encuentre el valor del límite, si existe, si no lo hay explique por qué:

a) $\lim_{x\to 6}\left[\frac{(x-3)^2-9}{x^3-4x^2-12x}\right]$

#	Descripción	Operación
1.	Se resuelve el producto notable y se simplifica.	$\lim_{x\to 6}\left[\frac{(x-3)^2-9}{x^3-4x^2-12x}\right]=\lim_{x\to 6}\left[\frac{x^2-6x+9-9}{x^3-4x^2-12x}\right]=$ $\lim_{x\to 6}\left[\frac{x^2-6x}{x^3-4x^2-12x}\right]$
2.	Se factoriza el numerador y el denominador.	$\lim_{x\to 6}\left[\frac{x(x-6)}{x(x^2-4x-12)}\right]=\lim_{x\to 6}\left[\frac{x-6}{x^2-4x-12}\right]$
3.	Se factoriza nuevamente el denominador y se simplifica.	$\lim_{x\to 6}\left[\frac{x-6}{(x-6)(x+2)}\right]=\lim_{x\to 6}\left[\frac{1}{x+2}\right]=\frac{1}{6+2}=\frac{1}{8}$

b) $\lim_{x\to -\infty}\left[\frac{\sqrt{4x^2-1}}{2x+3}\right]$

#	Descripción	Operación
1.	Se divide el numerador y el denominador por "x."	$\lim_{x\to -\infty}\left[\frac{\sqrt{4x^2-1}}{2x+3}\right]=\lim_{x\to -\infty}\left[\frac{\sqrt{4x^2-1}}{2x+3}*\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}\right]=$ $\lim_{x\to -\infty}\left[\frac{\frac{\sqrt{4x^2-1}}{-\sqrt{x^2}}}{2+\frac{3}{x}}\right]=\lim_{x\to -\infty}\left[\frac{-\sqrt{\frac{4x^2-1}{x^2}}}{2+\frac{3}{x}}\right]$

2.	Se simplifica la expresión.	$$-\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{\sqrt{4-1/x^2}}{2+\frac{3}{x}}\right]=-\left[\frac{\sqrt{4}}{2}\right]=-1$$

TEMA 3

Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\frac{sen(x^3)}{1+\cos(x^3)}$

#	Descripción	Operación
1.	Se deriva utilizando la regla de cociente.	$f'(x) = \frac{3x^2\cos(x^3)\,[1+\cos(x^3)]+sen(x^3)*sen(x^3)*3x^2}{(1+\cos(x^3))^2}$
2.	Se eliminan los corchetes.	$f'(x)=\frac{3x^2\cos(x^3)+3x^2\cos^2(x^3)+3x^2sen^2(x^3)}{(1+\cos(x^3))^2}$
3.	Se factoriza el numerador.	$f'(x)=\frac{3x^2[\cos(x^3)+\cos^2(x^3)+sen^2(x^3)]}{(1+\cos(x^3))^2}$
4.	Se simplifica sabiendo que "$\cos^2(x^3)+sen^2(x^3)=1$".	$f'(x)=\frac{3x^2[\cos(x^3)+1]}{(1+\cos(x^3))^2}$
5.	Se simplifica nuevamente.	$f'(x)=\frac{3x^2}{1+\cos(x^3)}$

TEMA 4

Dada la siguiente función:

$$h(x)=\frac{3x^2+7x-10}{2x^2-x-15}$$

a) Encuentre los interceptos con los ejes de coordenadas.

#	Descripción	Operación
1.	Se evalúa la función con "x=0" y después se iguala a "0".	$Si\ x=0\ \rightarrow h(0)=\frac{-10}{-15}=\frac{2}{3}$ $Si\ y=0\rightarrow 3x^2+7x-10=0\rightarrow x=\begin{cases}-10/3\\1\end{cases}$
2.	Se encuentran los interceptos.	$(0,2/3)$ $(-10/3,0)$ $(1,0)$

b) Determine las ecuaciones de las asíntotas verticales.

#	Descripción	Operación
1.	Se iguala el denominador a "0" y se encuentran los valores de "x".	$2x^2 - x - 15 = 0 \rightarrow x = \begin{cases} -5/2 \\ 3 \end{cases}$
2.	Se determinan las ecuaciones de las asíntotas verticales.	$x = -\frac{5}{2}$ $x = 3$