UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE 103-3-M-2-12-2017

CURSO:	Matemática Básica 2
SEMESTRE:	Segundo
CÓDIGO DEL CURSO:	103
TIPO DE EXAMEN:	Tercer parcial
FECHA DE EXAMEN:	22 de diciembre del 2017
PERSONA QUE ELABORÓ LA CLAVE:	María José Alburez García
PERSONA QUE REVISÓ LA CLAVE:	Ing. Miguel Castillo

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA
MATEMÁTICA BÁSICA 2

Viernes 22/12/2017
TEMARIO E03

TERCER EXAMEN PARCIAL

TEMA No. 1: (45 puntos)

Resuelva como se indica en cada caso:

a) Determine el valor de la integral mediante suma de Riemann:

$$\int_{0}^{2}(x^2+2x)dx$$

b) Determine el valor de la siguiente integral definida:

$$\int_{\frac{-\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{1-2sen(2x)}{[x+\cos(2x)]^2}dx$$

TEMA No. 2: (20 puntos)

Resuelva como corresponda en cada caso:

$$a)\ \int\frac{8x^3}{\sqrt{x^4+9}}dx$$

$$b)\ \int sec^2(3w)[\tan(3w)+4]^{\frac{2}{3}}\,dw$$

TEMA No. 3: (20 puntos)

Encuentre el volumen por medio de secciones planas paralelas en forma de triángulo equilátero, con base delimitada por $y=|x|$ y $y=-x^2+4$.

TEMA No. 4: (15 puntos)

Dada la función: $g(x)=3\cos(x)-x+2$

Esta función tiene una raíz positiva, una aproximación de la misma es $x_0=1$. Utilizando no menos de 6 dígitos en la parte decimal, determine: a) la tercera aproximación x_3 de la raíz utilizando el método de Newton; b) el error en esta iteración. Recuerde:

$$x_n=x_{n-1}-\frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$$

TEMA 1

a) Determine el valor de la integral mediante suma de Riemann:

$$\int_0^2 (x^2+2x)dx$$

#	Descripción	Operación
1.	Se determinan Δx y x_i.	$\Delta x = \frac{2-0}{n} = \frac{2}{n}$ $x_i = 0 + i\frac{2}{n} = \frac{2}{n}i$
2.	Se determina la función a evaluar.	$f(x_i) = \left(\frac{2i}{n}\right)^2 + 2\left(\frac{2i}{n}\right) = \frac{4}{n^2}i^2 + \frac{4}{n}i$
3.	Se desarrolla la suma de Riemann.	$\int_0^2 (x^2+2x)dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{4}{n^2}i^2+\frac{4}{n}i\right]\frac{2}{n} =$ $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{8}{n^3}i^2+\frac{8}{n^2}i\right] = \lim_{n\to\infty}\left[\frac{8}{n^3}\sum_{i=1}^{n} i^2+\frac{8}{n^2}\sum_{i=1}^{n} i\right] =$ $\lim_{n\to\infty}\left[\frac{8}{n^3}\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+\frac{8}{n^2}\frac{n(n+1)}{2}\right] =$ $\lim_{n\to\infty}\left[\frac{4}{3}\frac{(2n^2+3n+1)}{n^2}+4\frac{(n+1)}{n}\right] =$ $\lim_{n\to\infty}\left[\frac{4}{3}\left(2+\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2}\right)+4\left(1+\frac{1}{n}\right)\right] = \frac{8}{3}+4 = \frac{20}{3}$

b) Determine el valor de la siguiente integral definida:

$$\int_{\frac{-\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1-2sen(2x)}{[x+\cos(2x)]^2}dx$$

#	Descripción	Operación
1.	Se reescribe la integral para facilitar la identificación de los términos que la componen.	$\int_{\frac{-\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1-2sen(2x)}{[x+\cos(2x)]^2}dx =$ $\int_{\frac{-\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} [x+\cos(2x)]^{-2}(1-2sen(2x))dx$

2.	Se integra utilizando una sustitución.	$u = x + \cos(2x)$ $du = (1 + [-sen(2x) * 2])dx$ $du = (1 - 2sen(2x))dx$ $\int u^{-2}du = \frac{u^{-1}}{-1} = -\frac{1}{u} = \left\|-\frac{1}{x+\cos(2x)}\right\|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} =$ $-\left[\frac{1}{\frac{\pi}{4}+\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)} - \frac{1}{-\frac{\pi}{4}+\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)}\right] =$ $-\left[\frac{1}{\frac{\pi}{4}} - \frac{1}{-\frac{\pi}{4}}\right] = -\left[\frac{4}{\pi}+\frac{4}{\pi}\right] = -\frac{8}{\pi}$

TEMA 2

$$a) \int \frac{8x^3}{\sqrt{x^4+9}}dx$$

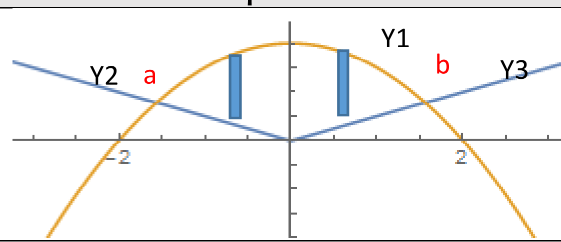
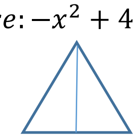
#	Descripción	Operación
1.	Se reescribe la integral para facilitar la identificación de los términos que la componen.	$\int \frac{8x^3}{\sqrt{x^4+9}}dx = 8\int \frac{1}{\sqrt{x^4+9}}x^3dx$
2.	Se integra utilizando una sustitución.	$u = \sqrt{x^4+9}$ $u^2 = x^4+9$ $2udu = 4x^3dx$ $x^3dx = \frac{1}{2}udu$ $8\int \frac{1}{\sqrt{x^4+9}}x^3dx = 8 * \frac{1}{2}\int \frac{1}{u}udu =$ $4\int du = 4u + c = 4\sqrt{x^4+9}+c$

$$b) \int sec^2(3w)[\tan(3w)+4]^{\frac{2}{3}}dw$$

#	Descripción	Operación
1.	Se integra utilizando una sustitución.	$u = \tan(3w) + 4$ $du = 3sec^2(3w)dw$ $sec^2(3w)dw = \frac{1}{3}du$ $\int sec^2(3w)[\tan(3w)+4]^{\frac{2}{3}}\,dw = \frac{1}{3}\int u^{\frac{2}{3}}\,du =$ $\frac{1}{3}\frac{u^{\frac{2}{3}+1}}{\frac{2}{3}+1} + c = \frac{1}{3} * \frac{3}{5}u^{\frac{5}{3}} + c =$ $\frac{1}{5}(\tan(3w)+4)^{\frac{5}{3}} + c =$ $\frac{\sqrt[3]{(\tan(3w)+4)^5}}{5} + c$

TEMA 3

Encuentre el volumen por medio de secciones planas paralelas en forma de triángulo equilátero, con base delimitada por $y = |x|$ y $y = -x^2 + 4$.

#	Descripción	Operación
1.	Se grafica $y = |x|$ y $y = -x^2 + 4$.	
2.	La base del triángulo equilátero se puede encontrar restando las funciones tomando en cuenta que $y = |x|$ se descompone en dos nuevas funciones (y2=x y y3=-x).	$b1 = y1 - y2 = -x^2 + 4 + x$ $b2 = y1 - y3 = -x^2 + 4 - x$
3.	La altura del triángulo se calcula con Pitágoras sabiendo que los lados son	$hipotenusa: 2(-x^2 + 4 + x)\ base: -x^2 + 4 + x$ 

	iguales. Se hace lo mismo para b1 y b2.	$h1 = \sqrt{\left(2(-x^2+4+x)\right)^2 - (-x^2+4+x)^2}$ $= \sqrt{3}(-x^2+4+x)$ $h2 = \sqrt{\left(2(-x^2+4-x)\right)^2 - (-x^2+4-x)^2}$ $= \sqrt{3}(-x^2+4-x)$
4.	Se calculan las áreas.	$A1 = \frac{1}{2}b1h1 = \frac{\sqrt{3}}{2}(-x^2+4+x)^2$ $A2 = \frac{1}{2}b2h2 = \frac{\sqrt{3}}{2}(-x^2+4-x)^2$
5.	El volumen se calcula con dos integrales, pero primero se deben hallar los límites de integración (a y b en la gráfica) igualando y1 con y2 y y1 con y3.	$y1 = y2$ $-x^2+4 = -x$ $x1 = a1 = -1.562$ → En la gráfica a es negativo $x2 = a2 = 2.562$ $y1 = y3$ $-x^2+4 = x$ $x1 = b1 = -2.562$ $x2 = b2 = 1.562$ → En la gráfica b es positivo
6.	Se calcula el volumen resolviendo las integrales.	$V = \int_{-1.562}^{0} A1dx + \int_{0}^{1.562} A2dx$ $V = \int_{-1.562}^{0} \frac{\sqrt{3}}{2}(-x^2+4+x)^2dx + \int_{0}^{1.562} \frac{\sqrt{3}}{2}(-x^2+4-x)^2dx$ $V = 19.36pies^3$

TEMA 4

Dada la función: $g(x) = 3\cos(x) - x + 2$

Esta función tiene una raíz positiva, una aproximación de la misma es $x_0 = 1$. Utilizando no menos de 6 dígitos en la parte decimal, determine: a) la tercera aproximación x_3 de la raíz utilizando el método de Newton; b) el error en esta iteración. Recuerde:

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$$

#	Descripción	Operación
1.	Se deriva g(x).	$g(x) = 3\cos(x) - x + 2$ $g'(x) = -3sen(x) - 1$

<table>
<tr>
<td>2.</td>
<td>Se itera 3 veces utilizando la función del método de Newton siempre utilizando los 6 dígitos decimales.</td>
<td>
<table>
<tr><th>i</th><th>x_i</th><th>$f(x_i)$</th><th>$f'(x_i)$</th><th>e</th></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>2.620907</td><td>-3.524413</td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td>1.743644</td><td>-0.259607</td><td>-3.955297</td><td>0.743643</td></tr>
<tr><td>2</td><td>1.678008</td><td>0.000971</td><td>-3.982775</td><td>0.065635</td></tr>
<tr><td>3</td><td>1.678252</td><td></td><td></td><td>0.000244</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>3.</td>
<td>Se establece la tercera aproximación de la raíz y el error de dicha iteración.</td>
<td>$x_3 = 1.678252$
$e = 0.000244$</td>
</tr>
</table>