“clave”-112-2-M-1-“00”-2015_sF

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

CLAVE DE EXAMEN
-Matemática Intermedia 2 -
Código de curso: 112

Datos de la clave:
Elaborada por:
Margiovi Rosmery Sandoval Márquez
Sección: F
Revisado por:
Ing. Carlos Angulo

Datos del examen:
Segundo Examen Parcial
Segundo semestre, 2012
Jornada Matutina

Horario: 8:00-8:50

Fecha: 21/04/2015

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

MATEMATICA INTERMEDIA 2
SEGUNDO EXAMEN PARCIAL

TEMA 1

Encuentre la máxima razón de cambio de F en el punto dado y la dirección con que se verifica.

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)\,, \quad P(1,2)$$

TEMA 2

Use multiplicadores de lagrange para hallar los valores máximo y mínimo de la función, sujeto a la restricción dada.

$$f(x, y) = x^2 + y^2 \qquad x^4 + y^4 = 1$$

TEMA 3

Trace la región de integración y cambie el orden de integración de:

$$\int_0^1 \int_{y^2}^{2-y} f(x, y)dxdy$$

TEMA 4

Usando polares halle el volumen del solido dado limitado por el paraboloide $Z = 10 - 3x^2 - 3y^2$ y el plano $Z = 4$

SOLUCION:

TEMA 1

$f(x,y) = \ln(x^2+y^2) \quad P(1,2)$

$$\nabla f(x,y) = \langle \frac{\delta f}{\delta x}, \frac{\delta f}{\delta y} \rangle$$

$\nabla f(x,y) = \langle \frac{2x}{x^2+y^2}, \frac{2y}{x^2+y^2} \rangle$

$\nabla f(1,2) = \langle \frac{2}{5}, \frac{4}{5} \rangle$

La dirección máxima de cambio es en dirección del gradiente y la magnitud de este cambio es la magnitud del gradiente.

a) Dirección $\langle \frac{2}{5}, \frac{4}{5} \rangle$

b) $|\nabla f| = \sqrt{(2/5)^2 + (4/5)^2}$
   $|\nabla f| = \sqrt{20/25}$
   $|\nabla f| = \frac{2}{5}\sqrt{5}$

TEMA 2

$f(x,y) = x^2 + y^2$

$H(x,y) = x^4 + y^4 - 1$

$\nabla f(x,y) = \lambda \nabla H(x,y)$

$\langle 2x, 2y \rangle = \lambda \langle 4x^3, 4y^3 \rangle$

Asumiendo que x y $y \neq 0$

$2x = \lambda 4x^3 \;\; ecuación\ 1 \qquad \lambda = 2x/4x^3$

$2y = \lambda 4y^3 \;\; ecuación\ 2 \qquad \lambda = 2y/4y^3$

Igualando:

$$\frac{1}{2x^2} = \frac{1}{2y^2}$$

$$x^2 = y^2$$

Restricción:

$$x^4 + (x^2)^2 = 1$$

$$2x^4 = 1$$

$x = \mp \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \qquad y = \mp \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$

Puntos clave

$$\left\{\left(-\frac{1}{\sqrt[4]{2}}, -\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right), \left(-\frac{1}{\sqrt[4]{2}}, \frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right), \left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}, -\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right), \left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}, \frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)\right\}$$

Probando

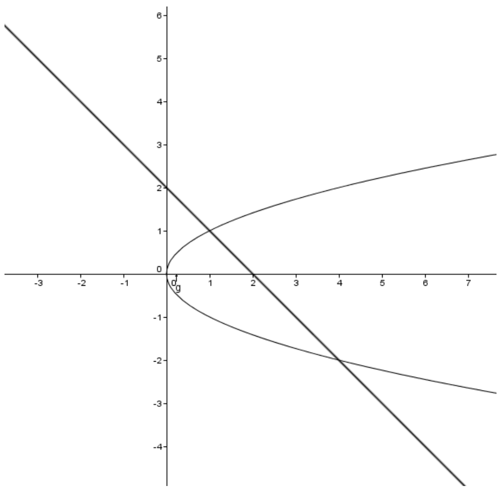
x	y	$f(x,y)$
$-\frac{1}{\sqrt[4]{2}},$	$-\frac{1}{\sqrt[4]{2}},$	$\sqrt{2}$
$-\frac{1}{\sqrt[4]{2}},$	$\frac{1}{\sqrt[4]{2}},$	$\sqrt{2}$
$\frac{1}{\sqrt[4]{2}},$	$-\frac{1}{\sqrt[4]{2}},$	$\sqrt{2}$
$\frac{1}{\sqrt[4]{2}},$	$\frac{1}{\sqrt[4]{2}},$	$\sqrt{2}$

Puede creerse por el $x^2 = y^2$ que realmente $x^2 = -\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$, puede ser solución, pero esto implicaría que debe tener raíces reales lo cual no ocurre.

TEMA 3

$$\int_0^1 \int_{y^2}^{2-y} f(x,y)dxdy$$

Región



Intercepto

$y^2 = 2 - y$

$y^2 + y - 2 = 0$
$(y+2)(y-1) = 0$

$y = 1$ Entonces $x = 1$
$y = -2$

Cambiando de orden

$$\int_0^1 \int_{y^2}^{2-y} f(x,y)dxdy = \int_0^1 \int_0^{\sqrt{x}} f(x,y)dydx + \int_1^2 \int_0^{2-x} f(x,y)dydx$$

TEMA 4

$Z = 10 - 3r^2$ Paraboloide en polares

$Z = 4$

Entonces

$4 = 10 - 3r^2$

$3r^2 = 6$

$r^2 = 2$

$r = \sqrt{2}$

$$V = \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} ((10 - 3r^2) - 4) r dr d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} (6 - 3r^2) r dr d\theta$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} (6r - 3r^3) dr d\theta$$

$$\int_0^{2\pi} (3r^2 - \frac{3}{4} r^4) \Big|_0^2 d\theta$$

$$[6 - 3] 2\,\pi = 6\pi$$

$$V = 6\,\pi$$