

ECUACIONES DIFERENCIALES Y CURVAS DE SOLUCION

Departamento de Matematica|

Facultad de ingenieria

Usac

■ Ing.Luis Carlos Bolaños Mendez

SOLUCION DE ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN

El comando para resolver ecuaciones diferenciales en mathematica es **DSolve[*{ecuaciones,condiciones},{variables}*]** las ecuaciones deben ingresarse indicando cual es la variable dependiente e independiente en las derivadas, de tal manera que dy/dx debe escribirse $y'[x]$, este comando devuelve la solución explicita, la variable dependiente en funcion de la independiente.

Hay que tomar en cuenta que las ecuaciones se deben ingresar usando el simbolo $==$ para indicar igualdad.

Las condicione iniciales se indican seguido de la ecuacion diferencial, finalmente se escribe cuales son las variables en la EDO, la dependiente y luego la independiente.

1. Ejemplo: Encuentre la solucion de la ecuacion diferencial $y'+y/x=x+1$

para resolver este ejercicio ahora escribimos.

```
In[5]= DSolve[y' [x] + y[x] / x == x + 1, y[x], x]
```

$$\text{Out[5]= } \left\{ \left\{ y[x] \rightarrow \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{C[1]}{x} \right\} \right\}$$

```
In[6]= 
```

$$\left\{ \left\{ y[x] \rightarrow \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{C[1]}{x} \right\} \right\}$$

$$\text{Out[6]= } \left\{ \left\{ y[x] \rightarrow \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{C[1]}{x} \right\} \right\}$$

Tambien puede escribirse de la forma

```
In[7]:= DSolve[y' [x] + y[x] / x == x + 1, y, x]
```

```
Out[7]= {{y -> Function[{x},  $\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{C[1]}{x}$ ]}}
```

2. Encuentre la solucion de la ecuacion diferencial $y'+y/x=x+1$ sujeto a la condicion $y(1)=1$

```
In[8]:= DSolve[{y' [x] + y[x] / x == x + 1, y[1] == 1}, y[x], x]
```

```
Out[8]= {{y[x] ->  $\frac{1 + 3 x^2 + 2 x^3}{6 x}$ }}
```

3. Encuentre la solucion de la ecuacion diferencial $y'+y/x=x+1$ sujeta a la condicion $y(1)=1$, despues encuentre $y(2)$

```
In[9]:= y[x_] =  
  Evaluate[y[x] /. (DSolve[{y' [x] + y[x] / x == x + 1, y[1] == 1}, y[x], x] // Flatten)]
```

```
Out[9]=  $\frac{1 + 3 x^2 + 2 x^3}{6 x}$ 
```

```
In[10]:=  $\frac{1 + 3 x^2 + 2 x^3}{6 x}$ 
```

```
Out[10]=  $\frac{1 + 3 x^2 + 2 x^3}{6 x}$ 
```

```
In[11]:= y[2]
```

```
Out[11]=  $\frac{29}{12}$ 
```

```
In[12]:=  $\frac{29}{12}$ 
```

```
Out[12]=  $\frac{29}{12}$ 
```

segunda forma

```
In[13]:= Clear[y]  
  Clear[z]  
  z = Evaluate[y /. (DSolve[{y' [x] + y[x] / x == x + 1, y[1] == 1}, y, x] // Flatten)]  
  z[2]
```

```
Out[15]= Function[{x},  $\frac{1 + 3 x^2 + 2 x^3}{6 x}$ ]
```

```
Out[16]=  $\frac{29}{12}$ 
```

```
In[17]:= Function[{x},  $\frac{1 + 3 x^2 + 2 x^3}{6 x}$ ]
```

```
Out[17]= Function[{x},  $\frac{1 + 3 x^2 + 2 x^3}{6 x}$ ]
```

```
In[18]:=  $\frac{29}{12}$ 
```

```
Out[18]=  $\frac{29}{12}$ 
```

tercer forma

```
In[19]:= DSolve[{y'[x] + y[x] / x == x + 1, y[1] == 1}, y[x], x] /. x -> 2
```

```
Out[19]= {{y[2] ->  $\frac{29}{12}$ }}
```

```
In[20]:= {{y[2] ->  $\frac{29}{12}$ }}
```

```
Out[20]= {{y[2] ->  $\frac{29}{12}$ }}
```

GRAFICA DE LAS SOLUCIONES DE LAS E.D.O. DE PRIMER ORDEN

Para realizar la gráfica de la solución de una ecuación diferencial se resuelve la ecuación diferencial y luego se dibuja la curva.

1. Dibuje varias curvas de solución de la ecuación diferencial $y'+y/x=x+1$

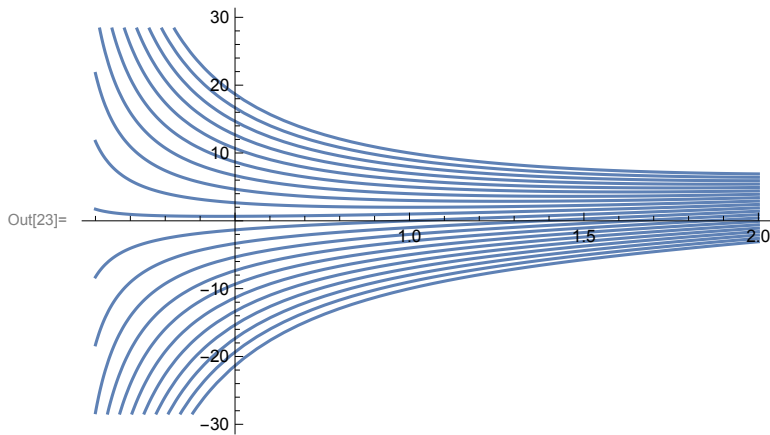
Para poder dibujar las curvas vamos a colocar una condición inicial en función de un parámetro, a, luego plotamos las curvas para diferentes valores de a

```
In[21]:= sol = Evaluate[y /. (DSolve[{y'[x] + y[x] / x == x + 1, y[1] == a}, y, x] // Flatten)]
```

```
Out[21]= Function[{x},  $\frac{-5 + 6 a + 3 x^2 + 2 x^3}{6 x}$ ]
```

```
In[22]:= Function[{x},  $\frac{-5 + 6 a + 3 x^2 + 2 x^3}{6 x}$ ]  
Plot[Table[sol[x], {a, -10, 10, 1}], {x, 0.1, 2}]
```

```
Out[22]:= Function[{x},  $\frac{-5 + 6 a + 3 x^2 + 2 x^3}{6 x}$ ]
```



2. Utilice un SAC para dibujar las graficas representativas de los miembros de las familias de soluciones de la ecuacion diferencial $dy/dx = -(8x + 5)/(3y^2 + 1)$

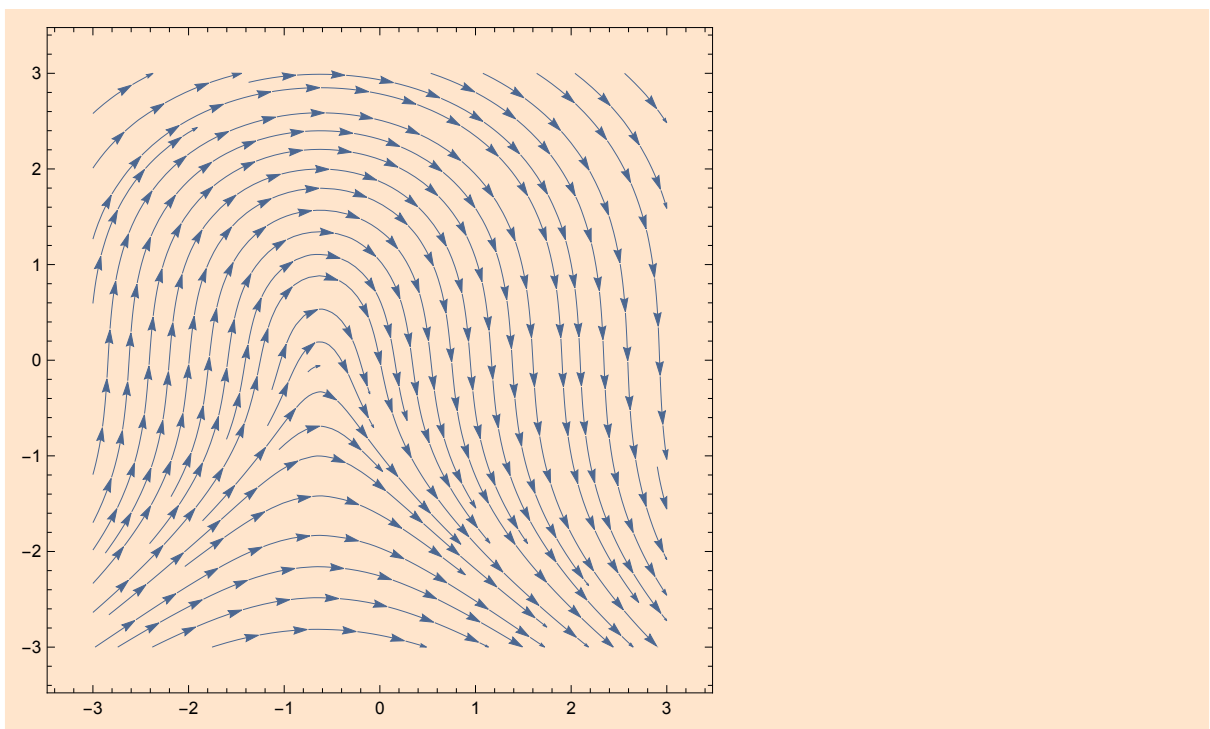
podemos hacer una representacion gráfica de las familias de soluciones de una ecuacion diferencial utilizando el comando para graficar campos vectoriales, el comando es **StreamPlot**`[[f(x,y),g(x,y)},{x,xo,xi},{y,yo,yi}]`. si se desea graficar una familia de soluciones de la ecuacion diferencial $dy/dx=f(x,y)$ entonces utilizaremos el comando de la siguiente manera.

StreamPlot`[[1,f(x,y)},{x,xi,xf},{y,yi,yf}]`

```
In[24]:=
```

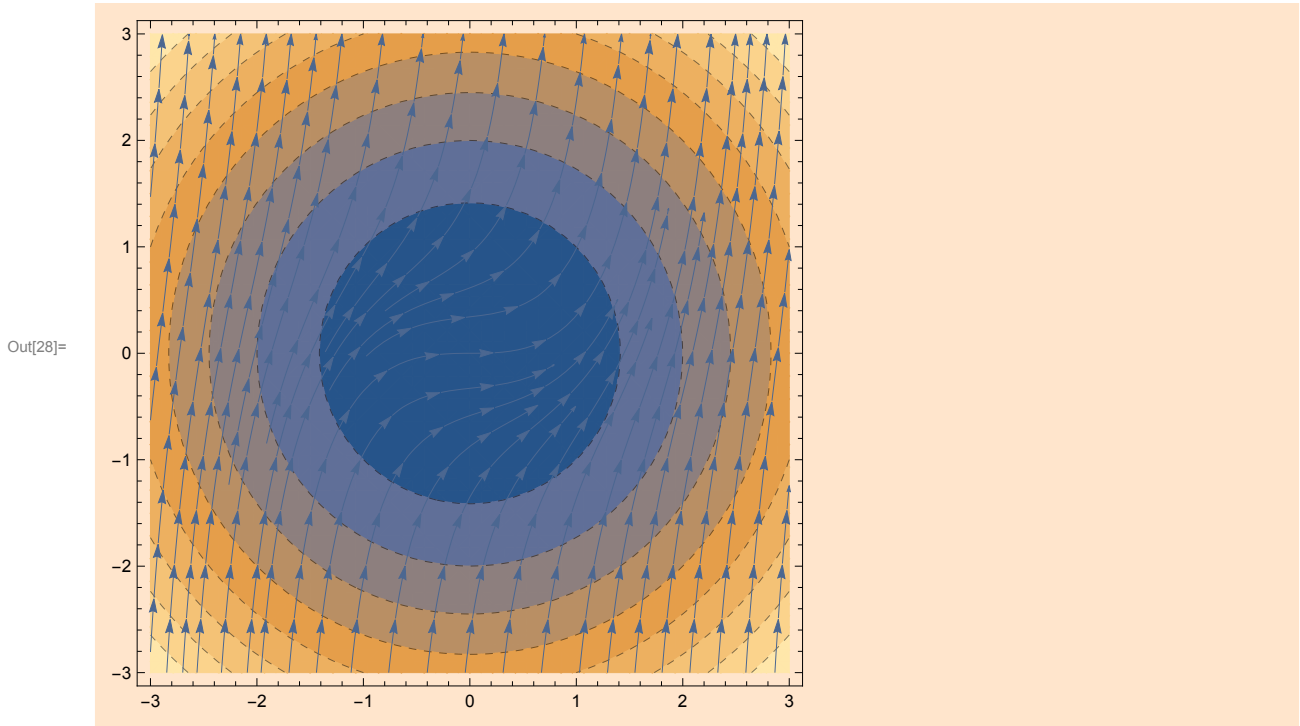
```
In[25]:= StreamPlot[[1, -(8 x + 5) / (3 y^2 + 1)], {x, -3, 3}, {y, -3, 3}]
```

```
Out[25]=
```



3. Utilice un SAC para dibujar las graficas representativas de los miembros de las familias de soluciones de la ecuacion diferencial $dy/dx = x^2 + y^2$

```
In[26]:= g1 = StreamPlot[{1, x^2 + y^2}, {x, -3, 3}, {y, -3, 3}];
g2 = ContourPlot[{x^2 + y^2}, {x, -3, 3}, {y, -3, 3}, ContourStyle -> Dashed];
In[28]:= Show[g2, g1]
```



In[29]=

4. Reproduzca el campo direccional dado para la ecuacion $dy/dx=1-xy$, despues dibuje las curvas de solucion que satisfagan el punto a) (0,0) b) (0,-1) c) (0,3)

In[30]=

```
sol1 = Evaluate[y /. ((DSolve[{y' [x] == 1 - x y[x], y[0] == a}, y, x]) // Flatten)]
```

Out[30]= Function[{x}, $\frac{1}{2} e^{-\frac{x^2}{2}} \left(2 a + \sqrt{2 \pi} \operatorname{Erfi} \left[\frac{x}{\sqrt{2}} \right] \right)$]

In[31]= Function[{x}, $\frac{1}{2} e^{-\frac{x^2}{2}} \left(2 a + \sqrt{2 \pi} \operatorname{Erfi} \left[\frac{x}{\sqrt{2}} \right] \right)$];

Out[31]= $\frac{1}{2} e^{-\frac{x^2}{2}} \left(2 a + \sqrt{2 \pi} \operatorname{Erfi} \left[\frac{x}{\sqrt{2}} \right] \right)$

```
In[32]:= g1 = StreamPlot[{1, 1 - x y}, {x, -4, 4}, {y, -4, 4}];  
g2 = Plot[Table[sol1[x], {a, {0, -1, 3}}], {x, -4, 4}, PlotRange -> {-4, 4},  
PlotStyle -> {Thickness[0.012], Red}, Background -> Yellow];  
Show[  
g2,  
g1]
```

Out[34]=

