UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-101-1-M-2-00-2019

CURSO:	**Matemática Básica 1**
SEMESTRE:	**Segundo**
CÓDIGO DEL CURSO:	**101**
TIPO DE EXAMEN:	**Primer examen parcial**
RESOLVIÓ EL EXAMEN:	**Marco Gómez**
DIGITALIZÓ EL EXAMEN:	**Marco Gómez**
COORDINADOR:	**Ing. José Alfredo González Díaz**

PRIMER EXAMEN PARCIAL
TEMARIO PV

Tema 1 (30 puntos)
Resuelva según corresponda, dejando constancia de todo el procedimiento.

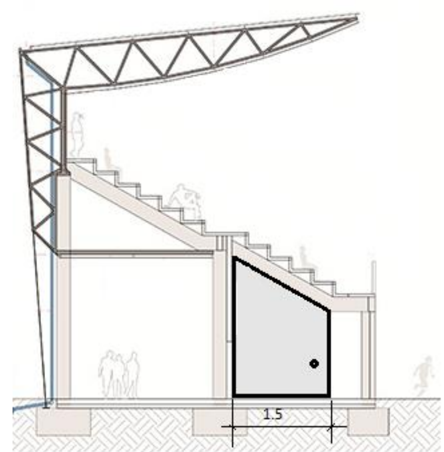
$$a)\quad \sqrt{7-2x}-\sqrt{2x-4}=1$$

$$b)\quad \frac{1}{x+1}\leq\frac{5x-15}{(x^2-9)(x+1)}$$

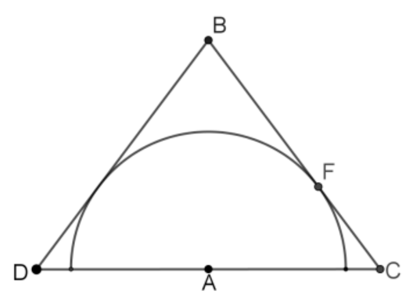
$$c)\ |x|+|x+3|=3$$

Tema 2 (25 puntos)
Un maestro de obra tiene tres albañiles: Andrés, Manuel y José para levantar una pared. El maestro de obra sabe que, si trabajan individualmente, Andrés levantaría la pared en el doble de tiempo que Manuel, mientras que José se tardaría dos horas menos que Andrés. Al ser contratados, los dejan trabajando juntos durante dos horas y avanzaron un 75% de la obra. Determine en cuánto tiempo levantaría la pared cada uno de los albañiles por separado.

Tema 3 (20 puntos)
Se quiere construir una puerta debajo de un graderío, que tenga un área de 2.25 metros cuadrados. La puerta en la parte de abajo mide 1.5 metros y la longitud de uno de los lados es el doble de la del otro. Determine las dimensiones de la puerta.



Tema 4 (25puntos)
Un semicírculo se inscribe en un triángulo isósceles. El segmento BF mide 4 cm y el segmento AC mide 3.75. El segmento de recta BC toca tangencialmente al semicírculo en F. Determine el área del semicírculo.



SOLUCIÓN DEL EXAMEN

Tema 1 (30 puntos)
Resuelva según corresponda, dejando constancia de todo el procedimiento.

$$a) \quad \sqrt{7-2x} - \sqrt{2x-4} = 1$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Como primer paso, se buscara un procedimiento para eliminar las dos raíces que aparecen en la ecuación, para esto se elevará al cuadro en ambos lados.	$\left(\sqrt{7-2x} - \sqrt{2x-4}\right)^2 = 1^2$
2.	Se procederá a operar el producto notable resultante	$7 - 2x - 2 * \sqrt{7-2x} * \sqrt{2x-4} + 2x - 4 = 1$
3.	Se simplificará el producto notable resultante	$-2\sqrt{7-2x} * \sqrt{2x-4} = -2$
4.	Se volverá a elevar al cuadro ambos lados de la ecuación para eliminar la raíz.	$(\sqrt{7-2x} * \sqrt{2x-4})^2 = 1$
5.	Se eliminará la raíz	$(7-2x) * (2x-4) = 1$ $-4x^2 + 22x - 29 = 0$
6.	Se obtendrán las soluciones de la ecuación planteada en el inciso anterior	$\boldsymbol{x_1 = 3.31}$ $\boldsymbol{x_2 = 2.19}$ **Al comprobar estas soluciones en la ecuación del enunciado, se llega a la conclusión que únicamente x_2 es solución.**

$$b) \quad \frac{1}{x+1} \leq \frac{5x-15}{(x^2-9)(x+1)}$$

No.	Explicación	Operatoria

1.	Como primer paso, se tratará de expresar la desigualdad de una manera más sencilla para encontrar intervalos.	$\frac{1}{x+1}-\frac{5x-15}{(x^2-9)(x+1)} \leq 0$
2.	Se aplicará denominador común a la desigualdad	$\frac{x^2-9-5x+15}{(x+1)(x^2-9)} \leq 0$ $\frac{x^2-5x+6}{(x+1)(x^2-9)} \leq 0$ $\frac{(x-3)(x-2)}{(x+1)(x+3)(x-3)} \leq 0$
3.	Encontrar los intervalos correspondientes para analizar la desigualdad y evaluar un valor dentro de ese intervalo y analizar el signo.	$(-\infty,-3) \rightarrow -$ $(-3,-1) \rightarrow +$ $(-1,2] \rightarrow -$ $[2,3) \rightarrow +$ $(3,\infty) \rightarrow +$
4.	Expresar la solución de la desigualdad en base al resultado del inciso anterior	$(-\infty,-\mathbf{3})\boldsymbol{U}(-\mathbf{1},\mathbf{2}]$

$$c)\ \ |x|+|x+3|=3$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Como primer paso se deberá sobrescribir la ecuación dada, por una nueva que dependa de los intervalos de cambio de función del valor absoluto. Se deberán plantear las ecuaciones necesarias, tomando en cuenta todos los casos	$Para\ x>0$: $x+x+3=3$ $x=0$

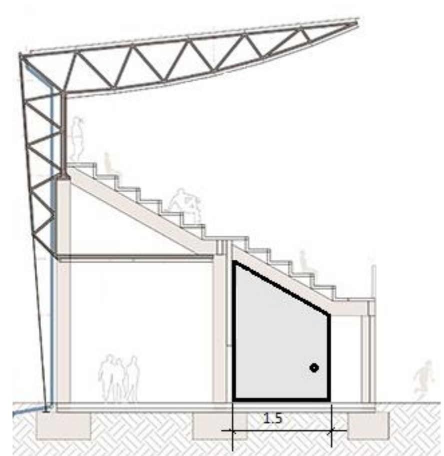
		$Para\ x < -3$: $-x-(x+3)=3$ $x=-3$ $Para\ x > -3$: $-x+x+3=3$ $0=0$
2.	Expresar la solución de la ecuación dada, en base a las soluciones planteadas en el inciso anterior	$\boldsymbol{La\ ecuación\ tendrá}$ $\boldsymbol{solución\ en}$: $[\mathbf{-3,0}]$

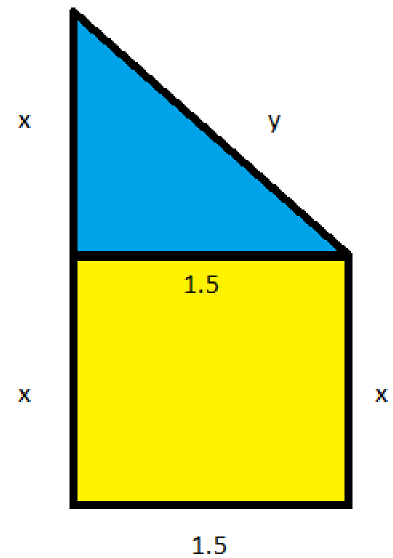
Tema 2 (25 puntos)
Un maestro de obra tiene tres albañiles: Andrés, Manuel y José para levantar una pared. El maestro de obra sabe que, si trabajan individualmente, Andrés levantaría la pared en el doble de tiempo que Manuel, mientras que José se tardaría dos horas menos que Andrés. Al ser contratados, los dejan trabajando juntos durante dos horas y avanzaron un 75% de la obra. Determine en cuánto tiempo levantaría la pared cada uno de los albañiles por separado.

No.	Explicación	Operatoria
1.	Escoger las variables de tiempo para cada uno de los albañiles en el problema.	$t = Tiempo\ de\ Manuel$ $2t = Tiempo\ de\ Andrés$ $2t-2 = Tiempo\ de\ José$ $T = tiempo\ de\ los\ 3$

2.	Plantear una ecuación para el trabajo realizado por los 3 albañiles al mismo tiempo que relacione el trabajo individual de los mismos.	$\frac{1}{t}+\frac{1}{2t}+\frac{1}{2t-2}=\frac{1}{T}$
3.	Tomar en cuenta que $T=\frac{2}{75\%}=\frac{8}{3}hrs$. Simplificar la ecuación del inciso 2.	$\frac{4(t-1)+2(t-1)+2t}{2t(2(t-1))}=\frac{3}{8}$ $2(4t-4+2t-2+2t)=3(t(t-1))$ $3t^2-19t+12=0$
4.	Resolver la ecuación del inciso anterior	$t_1=5.62$ $t_2=0.71$
5.	Analizar los resultados obtenidos en el inciso 4. Y tomar como única solución t_1 dado que t_2 no puede ser solución porque el tiempo sería menor al que trabajar los 3 albañiles juntos.	$\boldsymbol{t_{Andres}=11.24hrs}$ $\boldsymbol{t_{Manuel}=5.62hrs}$ $\boldsymbol{t_{José}=9.24hrs}$

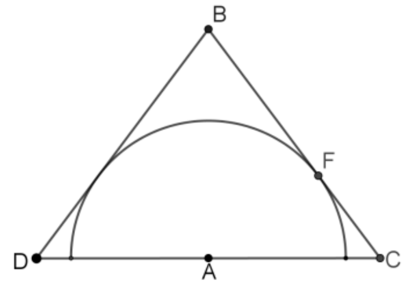
Tema 3 (20 puntos)
Se quiere construir una puerta debajo de un graderío, que tenga un área de 2.25 metros cuadrados. La puerta en la parte de abajo mide 1.5 metros y la longitud de uno de los lados es el doble de la del otro. Determine las dimensiones de la puerta.

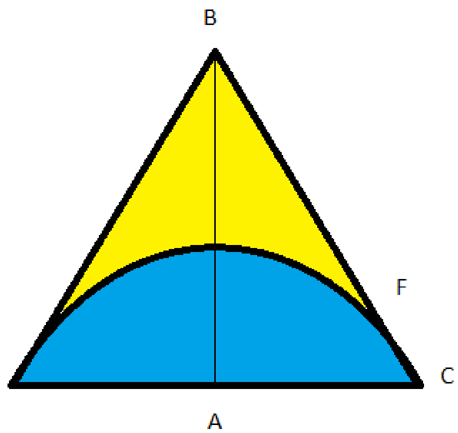


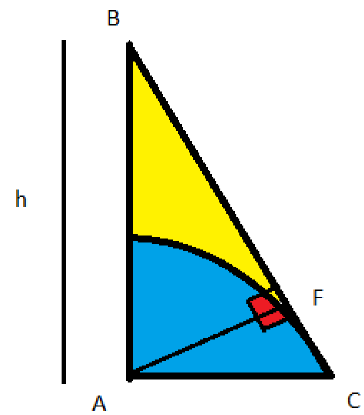


No.	Explicación	Operatoria
1.	Como primer paso, se deberá hacer un esquema de la puerta y proceder a nombrar variables. Se utilizó el esquema anterior para resolver el problema	
2.	Tomar en cuenta que el área total será la del triángulo superior, más la del rectángulo inferior.	$At = A_{triángulo} + A_{Rectángulo}$ $At = \frac{1.5x}{2} + 1.5x = 2.25$ $x\left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2}\right) = 2.25$
3.	Resolver la última ecuación del inciso anterior	$\boldsymbol{x = 1m}$
4.	Mediante el uso del teorema de Pitágoras en el triángulo superior, se podrá encontrar la longitud del lado tomado como “y”	$y^2 = x^2 + 1.5^2$ $y = \sqrt{1 + 2.25}$ $\boldsymbol{y = 1.80m}$

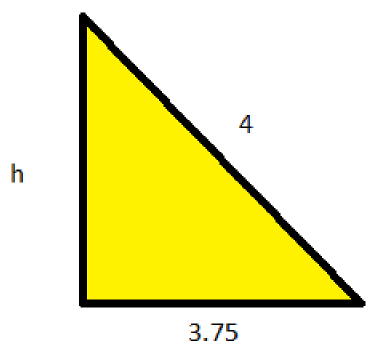
Tema 4 (25puntos)
Un semicírculo se inscribe en un triángulo isósceles. El segmento BF mide 4 cm y el segmento AC mide 3.75. El segmento de recta BC toca tangencialmente al semicírculo en F. Determine el área del semicírculo.



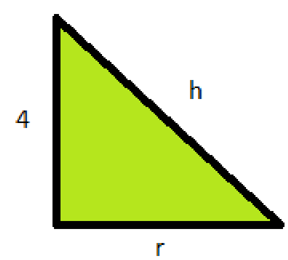




Triágulo BCA



Triágulo BFA



No.	Explicación	Operatoria
1.	Se tomará los esquemas anteriores para resolver el problema. Se utilizarán los triángulos BCA y BFA para encontrar una relación de "h" en términos de "r"	

2.	De los triángulos BCA y BFA se obtendrá la siguiente relación de triángulos semejantes.	$\frac{h}{3.75}=\frac{4}{r}$ $h=\frac{15}{r}$
3.	Utilizando el triángulo BCA y el teorema de Pitágoras, se encontrará el valor de r, sustituyendo el valor de "h" del inciso anterior.	$h^2=r^4+4^2$ $(\frac{15}{r})^2=r^4+4^2$
4.	Simplificando la expresión anterior se obtiene:	$r^4+16r^2-225=0$ $r=\pm 3$
5.	De las soluciones anteriores se descartará la negativa teniendo como solución $r=3$. Ahora se sustituirá dicho valor para encontrar el área de a media circunferencia del esquema.	$\boldsymbol{A_{semi-circunferencia}=\frac{\pi * r^2}{2}}$ $\boldsymbol{A_{semi-circunferencia}=\frac{\pi * 3^2}{2}}$ $\boldsymbol{A_{semi-circunferencia}=14.44cm^2}$