

**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

**CLAVE-101-5-K-1-00-2019**

---



<b>CURSO:</b>	<b>Matemática Básica 1</b>
<b>SEMESTRE:</b>	<b>Primer Semestre</b>
<b>CÓDIGO DEL CURSO:</b>	<b>101</b>
<b>TIPO DE EXAMEN:</b>	<b>Primera Retrasada</b>
<b>FECHA DE EXAMEN:</b>	<b>20 de Mayo de 2019</b>
<b>RESOLVIÓ EL EXAMEN:</b>	<b>Lucía Gabriela Ardón Sazo</b>
<b>DIGITALIZÓ EL EXAMEN:</b>	<b>Lucía Gabriela Ardón Sazo</b>
<b>COORDINADOR POR:</b>	<b>Ing. José Alfredo González</b>

20 de Mayo de 2019

Examen de Primera Retrasada

Temario A

**Tema 1: 20 puntos.**

Un hombre necesita 23 minutos más que su hijo para trotar 10 kilómetros. Sin embargo, si el hombre duplica su velocidad, puede recorrer la misma distancia en un minuto menos que su hijo. ¿Cuál es la velocidad del padre y cuál es la velocidad del hijo?

**Tema 3: 20 puntos.**

Un organizador de circuitos en esquí sabe que si vende \$280 su paquete de 3 días en esquí puede llenar un autobús con 60 pasajeros. También sabe, por experiencia, que por cada incremento de \$20 en el precio del paquete perderá 3 clientes. ¿A qué precio debe dejar el paquete para maximizar las ganancias? ¿Y cuál debe ser el valor de esas ganancias?

**Tema 4: 20 puntos.**

Un globo aerostático se observa al mismo tiempo desde los puntos: A y B que están al nivel del piso y cuya distancia entre si es de 2000 pies. El ángulo de elevación desde A hasta el globo es de  $20^\circ$ . El ángulo de elevación desde B hasta el globo es de  $40^\circ$

- ¿Cuál es la altura del globo al momento de la observación?
- ¿Cuál es la distancia del punto B a la proyección perpendicular al piso del globo?

**Tema 5: 20 puntos.**

A partir de una lámina rectangular de 12 pies de ancho por 10 pies de largo, se ha de fabricar un canal para agua, dividiendo el lado de 12 en tres partes y doblando hacia arriba dos de ellas, hasta formar ángulos rectos con la base. Si denota "x" el ancho de los lados que se doblan.

- Construya una expresión para el volumen del canal.
- Determine el dominio físico de la función anterior.
- Encuentre el valor de x para el cual el volumen es máximo.

SOLUCIÓN DEL EXAMEN

Tema 1: 20 puntos

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se plantea la velocidad constante como sigue:	$v = \frac{s}{t}$
2.	Se definen las variables:	<i>Tiempo del Hombre: 23 + t</i> <i>Tiempo del hijo: t</i>
3.	Se determina la velocidad del Hombre y su hijo como sigue: Donde, $v_H = \text{velocidad del hombre}$ y $v_h = \text{velocidad del hijo}$	$v_H = \frac{10}{23 + t} \text{ y } v_h = \frac{10}{t}$
4.	Nueva velocidad supuesta del hombre:	$v'_H = 2 \left( \frac{10}{23 + x} \right)$
5.	Condición a evaluar:	$s = (v'_H)(t')$
6.	Desarrollando se tiene que:	$10 = 2 \left( \frac{10}{23 + t} \right) (t - 1)$ $23 + t = 2t - 2$ $t = 25 \text{ minutos}$
7.	Por lo tanto, $v_H = \frac{10}{23 + 25} = 0.21 \frac{Km}{min} \text{ y } v_h = \frac{10}{25} = 0.4 \frac{Km}{min}$	$v_H = 0.21 \frac{Km}{min} \text{ y } v_h = 0.4 \frac{Km}{min}$

Tema 3: 20 puntos

No.	Explicación	Operatoria
1.	Se tiene una relación lineal decreciente entre el precio del paquete de 3 días en esquí y la cantidad de personas que lo compran. Además, se puede observar que el número de clientes que compran el paquete depende inversamente del precio del mismo.	$\text{Ganancia} = (\#pasajeros)(\text{Precio})$
2.	Por lo tanto;	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{3}{20} = m$
3.	De la ecuación punto pendiente se tiene:	$\begin{aligned} \overline{m}(x - 280) &= y - 60 \cdot 3 \\ -x + \frac{46}{3} &= y - 60 \cdot 20 \\ y &= -x + 106 \cdot 20 \end{aligned}$
4.	Finalmente se plantea la función para la ganancia obtenida como sigue:	$\begin{aligned} \text{Ganancia} &= (y)(x) \\ \text{Ganancia} &= -\frac{3}{20}x^2 + 106x \end{aligned}$
5.	Se puede ver que la función para ganancia es una parábola y tiene un máximo que se muestra a continuación:	$x_{\max} = -\frac{b}{2a} = \frac{1060}{3}$
6.	Por lo tanto,	$G_{\max} = -\frac{3}{20} \left(\frac{1060}{3}\right)^2 + 106 \left(\frac{1060}{3}\right)$
7.	La ganancia máxima es:	$G_{\max} = \$18727$

**Tema 4: 20 puntos**

a) ¿Cuál es la altura del globo al momento de la observación?

No.	Explicación	Operatoria
1.	Sea h la altura a la que se encuentra el globo desde el punto A.	$\tan 20 = \frac{h}{x} \quad y \quad \tan 40 = \frac{x}{2000 - h}$
2.	Multiplicando ambas ecuaciones se consigue reducir a una ecuación con una sola variable,	$\tan 20 \tan 40 = \frac{h}{2000 - h}$ $2000(\tan 20 \tan 40) = h(1 + \tan 20 \tan 40)$
3.	Despejando h se encuentra el valor buscado.	$h = \frac{2000(\tan 20 \tan 40)}{(1 + \tan 20 \tan 40)}$
4.	Entonces,	$h = 467.9 \text{ pies}$
<b>R./</b>		$h = 467.9 \text{ pies}$

b) La distancia del punto B a la proyección perpendicular del globo con respecto del suelo es:

No.	Explicación	Operatoria
1.	La distancia del punto B a la proyección perpendicular del globo con respecto del suelo es:	$x = \frac{h}{\tan 20}$

2.	Reemplazando el valor de h se tiene que:	$x = \frac{467.9}{\tan 20} = 1285.57 \text{ pies}$
R./		$x = 1285.57 \text{ pies}$

**Tema 5: 20 puntos**

a) Construya una expresión para el volumen del canal.

No.	Explicación	Operación
1	El volumen del canal es como sigue:  Donde, x=esquina a doblar	$V = (\text{ancho})(\text{área del canal})$ $V = 10(12 - 2x)x$ $V(x) = 120x - 20x^2$

R//	$\text{El volumen es: } (x) = 120x - 20x^2$
-----	---

b) Determine el dominio físico de la función anterior.

No.	Explicación	Operación
2	Se necesita saber cuándo el volumen es cero. Entonces,	$0 = 120x - 20x^2$ $0 = x(120 - 20x)$  $x = 0 \ \& \ x = 6$
3	Entonces el dominio es	$\text{Dom}V: (0,6)$

R// El dominio de la función es:	$\text{Dom}V: (0,6)$
----------------------------------	----------------------

c) Encuentre el valor de x para el cual el volumen es máximo.

No.	Explicación	Operatoria
1	Se determina antes el máximo de la función:	$x_{max} = -\frac{b}{2a}$ $x_{max} = -\frac{120}{2(-20)} = 3$
2	El valor de x para el cual el valor del volumen es máximo es de 3, con el cual se obtiene el siguiente volumen:	$V(3) = 120(3) - 20(3)^2$ $V(3) = 180 \text{ pies}^3$

R// El volumen máximo es de :

$$(3) = 180 \text{ pies}^3$$