UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-116-1-V-2-00-2019_sQ

CURSO:	**Matemática Aplicada 3**
SEMESTRE:	**Segundo**
CÓDIGO DEL CURSO:	**116**
TIPO DE EXAMEN:	**Primer Examen Parcial**
FECHA DE EXAMEN:	**10 de Septiembre de 2019**
RESOLVIÓ EL EXAMEN:	**Jairo García**
DIGITALIZÓ EL EXAMEN:	**Jairo García**
COORDINADOR:	**Ing. José Alfredo González Díaz**

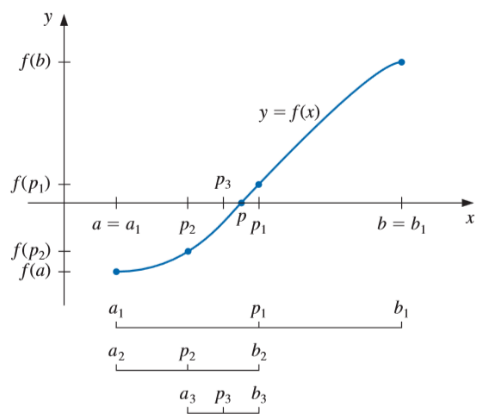
Universidad de San Carlos de Guatemala **Departamento de Matemática**
Facultad de Ingeniería **Matemática Aplicada 3**

PRIMER EXAMEN PARCIAL

Carnet: ______________ Nombre: ____ Sección: _________

PRIMERA PARTE (21 puntos)
Instrucciones: A continuación aparecen 3 preguntas con 4 opciones de respuesta cada una, marque la que considere correcta.

1. La siguiente gráfica ilustra el método de:



□ Bisección □ Newton □ Secante □ Posición Falsa

2. Es el procedimiento en donde los cambios pequeños en los datos iniciales generan cambios pequeños en el resultado final

□ Algoritmo □ Pseudocódigo □ Algoritmo estable □ Algoritmo inestable

3. De acuerdo a este teorema: Si K es cualquier número entre $f(a)$ y $f(a)$, entonces no existe un número c entre (a, b) para el que $f(c) = K$.

□ Valor intermedio □ Ross □ Rolle □ Valor medio

SEGUNDA PARTE (56 PUNTOS)
Instrucciones: A continuación aparecen 4 problemas con 4 opciones de respuesta cada uno, marque la que considere correcta.

1. El resultado de realizar $\frac{\pi - \frac{32}{17}}{e-4}$ utilizando aritmética de truncamiento a cinco cifras es:

□ -0.982414 □ -0.982369 □ -0.982463 □ NAC

2. El número de iteraciones que se requieren por bisección para alcanzar una solución para la ecuación $x^2 - 2 = 0$ en el intervalo de $[1,2]$ con una exactitud de 10^{-4} es:

□ 15 □ 14 □ 10 □ NAC

3. En un intervalo en el cuál convergerá la función $x = 6^{-x}$ es:

□ $[-2,-1]$ □ $[-1,0]$ □ $[0,1]$ □ NAC

4. ¿Cuál de las siguientes funciones tiene un exactamente una raíz?

□ $x^2 - x - 1 = 0$ □ $2e^x + x = 0$ □ $2sinx - x = 0$ □ NAC

TERCERA PARTE (23 PUNTOS)
Problema
Aplique el método de iteración de punto fijo para determinar una solución exacta dentro de 10^{-4} para $2x - sinx - cosx = 0$ en $[0,1]$. Utilice $p_0 = 0.5$

R/ 0.704811 encontrada en la 6ta iteración.

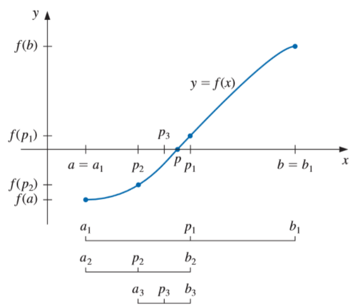
Universidad de San Carlos de Guatemala | **Departamento de Matemática**
Facultad de Ingeniería | **Matemática Aplicada 3**

SOLUCIÓN DEL EXAMEN

Carnet: ______________ Nombre: ____ Sección: ________

PRIMERA PARTE (21 puntos)
Instrucciones: A continuación aparecen 3 preguntas con 4 opciones de respuesta cada una, marque la que considere correcta.

1. La siguiente gráfica ilustra el método de:



□ Bisección □ Newton □ Secante □ Posición Falsa

NO.	EXPLICACIÓN	OPERATORIA
1.	La gráfica presentada en el inciso es de la Técnica de Bisección. (“Análisis numérico” 10ma. Edición, Richad L. Burden y J. Douglas Faires, Fig. 2.1)	Bisección

R./ Bisección

2. Es el procedimiento en donde los cambios pequeños en los datos iniciales generan cambios pequeños en el resultado final

□ Algoritmo □ Pseudocódigo □ Algoritmo estable □ Algoritmo inestable

NO.	EXPLICACIÓN	OPERATORIA
1.	“Un criterio que impondremos en un algoritmo, siempre que sea posible, es que los pequeños cambios en los datos iniciales producen, de forma proporcional, pequeños cambios en los resultados finales. Un algoritmo que satisface esta propiedad recibe el nombre de **estable**”. (“Análisis numérico” 10ma. Edición, Richad L. Burden y J. Douglas Faires, pp. 24)	Algoritmo estable

R./
Algortimo estable

3. De acuerdo a este teorema: Si K es cualquier número entre $f(a)$ y $f(a)$, entonces existe un número c entre (a, b) para el que $f(c) = K$.

□ Valor intermedio □ Ross □ Rolle □ Valor medio

NO.	EXPLICACIÓN	OPERATORIA
1.	El enunciado anterior pertenece al Teorema 1.11 "Teorema del valor intermedio" del libro "Análisis numérico" 10ma. Edición, Richad L. Burden y J. Douglas Faires.	Valor intermedio

R./
Valor intermedio

SEGUNDA PARTE (56 PUNTOS)
Instrucciones: A continuación aparecen 4 problemas con 4 opciones de respuesta cada uno, marque la que considere correcta.

1. El resultado de realizar $\frac{\pi - \frac{32}{17}}{e-4}$ utilizando aritmética de truncamiento a cinco cifras es:

□ -0.982414 □ -0.982369 □ -0.982463 □ NAC

No	EXPLICACION	OPERATORIA
1	Se pasa a 5 cifras decimales el número π por medio de truncamiento.	$\pi = \mathbf{0.31415 * 10^{-1}}$
2	Se pasa de número fraccionario a número decimal el segundo término del numerador y se trunca en la quinta cifra.	$\frac{32}{17} = \mathbf{0.18823}\|52 * \mathbf{10^{-1}}$

3	Se procede a realizar la operación del numerador.	$0.31415 * 10^{-1} - 0.18823 * 10^{-1} = \mathbf{0.12592}$
4	Se pasa a 5 cifras decimales el número e por medio de truncamiento.	$e = \mathbf{0.27182}\|81 * \mathbf{10^{-1}}$
5	El segundo término del denominador se pasa a decimal.	$4 = \mathbf{0.4 * 10^{-1}}$
6	Se procede a realizar la operación del denominador.	$0.27182 * 10^{-1} - 0.4 * 10^{-1} = \mathbf{-0.12818}$
7	Se realiza la división entre el numerador y el denominador.	$\frac{0.12592}{-0.12818} = \mathbf{0.982369}$

R./ **0.982369**

2. El número de iteraciones que se requieren por bisección para alcanzar una solución para la ecuación $x^2 - 2 = 0$ en el intervalo de $[1,2]$ con una exactitud de 10^{-4} es:

□ 15 □ 14 □ 10 □ NAC

No	EXPLICACION	OPERATORIA
1	Se utiliza la inecuación $2^{-N}(b-a) < Tol.$ Dónde: N=número de iteraciones requeridas b=límite superior a=límite inferior Tol.=Tolerancia	$2^{-N}(b-a) < Tol.$
2	Se identifican cada valor de la inecuación con los datos del problema.	$\mathrm{b} = 2$ $\mathrm{a} = 1$ $\mathrm{Tol.} = 10^{-4}$

3	Se sustituyen valores en la inecuación y se simplifica. Se utilizaran logaritmos para encontrar un entero *N* que satisface la inecuación.	$2^{-N}(2-1) < 10^{-4}$= $2^{-N} < 10^{-4}$
4	Los logaritmos para cualquier base bastarían, pero se utilizarán logaritmos de base 10 porque la tolerancia se determina como una potencia de 10.	$log_{10}2^{-N} < log_{10}10^{-4}$
5	. Por leyes de logaritmos, el exponente de cada lado de la inecuación pasa a multiplicar cada término. Se simplifica $log_{10}10 = 1$	$-Nlog_{10}2 < -4log_{10}10 =$ $-Nlog_{10}2 < -4$
7	Se multiplica los dos miembros de la inecuación por -1, cambiando de sentido la inecuación.	$Nlog_{10}2 > 4$
8	Despejamos la incógnita *N* y resolvemos.	$N > \frac{4}{log_{10}2} \approx 13.287$
9	Se aproxima el resultado obtenido al entero más cercano	$N > 14$

R./ **14 iteraciones**

3. En un intervalo en el cuál convergerá la función $x = 6^{-x}$ es:

□ $[-2,-1]$ □ $[-1,0]$ □ $[0,1]$ □ NAC

No	EXPLICACION	OPERATORIA
1.	Se identifica la función $g(x)$	$g(x) = 6^{-x}$
2.	Se deriva la función $g(x)$	$g'(x) = -\ln(6) * (6)^{-x}$
3.	Se evalúan cada uno de los intervalos en la función $g'(x) = -\ln(6) * (6)^{-x}$	1. $[-2,-1]$ 2. $[-1,0]$ 3. $[1,2]$
3.1	Valuando en el intervalo $[-2,-1]$	$g'(-2) = -\ln(6) * (6)^{-(-2)}$ $g'(-2) = -64.50$ $\lvert g'(-2)\rvert = 64.50$ $g'(-1) = -\ln(6) * (6)^{-(-1)}$ $g'(-1) = -10.75$ $\lvert g'(-1)\rvert = 10.75$
3.2	. Valuando en el intervalo $[-1,0]$	$g'(-1) = -\ln(6) * (6)^{-(-1)}$ $g'(-1) = -10.75$ $\lvert g'(-1)\rvert = 10.75$ $g'(0) = -\ln(6) * (6)^{-(0)}$ $g'(0) = -1.79$ $\lvert g'(0)\rvert = 1.79$
3.3	Valuando en el intervalo $[0,1]$	$g'(0) = -\ln(6) * (6)^{-(0)}$ $g'(0) = -1.79$ $\lvert g'(0)\rvert = 1.79$

		$g'(1) = -\ln(6) * (6)^{-(1)}$ $g'(1) = -0.29$ $\lvert g'(1)\rvert = 0.29$
4.	Por teorema de punto fijo, se determina en cual intervalo cumple la desigualdad:	$0 < \lvert g'(P_0)\rvert < 1$ $0 < \lvert g'(P_1)\rvert < 1$
5.	Se determina que ningún intervalo cumple con la desigualdad, por lo tanto la respuesta es NAC.	NAC

R./ $\boldsymbol{NAC}$

4. ¿Cuál de las siguientes funciones tiene un exactamente una raíz?

□ $x^2 - x - 1 = 0$ □ $2e^x + x = 0$ □ $2sinx - x = 0$ □ NAC

No	**EXPLICACION**	**OPERATORIA**
1.1	Se calculan las raíces de la función □ $x^2 - x - 1 = 0$ en el programa voyage mediante el comando $solve()$	`solve(x^2-x-1=0,x)` MAIN RAD APPROX FUNC 30/30
1.2	Se determina que la variable x cuenta con dos soluciones (raíces).	$x_1 = 1.618033$ $x_2 = -0.618033$
2.1	Se calculan las raíces de la función $2e^x + 2x = 0$ en el programa voyage mediante el comando $solve()$	`solve(2*e^(x)+x=0,x)` MAIN RAD APPROX FUNC 30/30
2.2	Se determina que la variable *x* cuenta con una única solución (raíz).	$x = -0.852605$
3.1	Se calculan las raíces de la función $2sinx - x = 0$ en el programa voyage mediante el comando $solve()$	`solve(2sin(x)-x=0,x)` MAIN RAD APPROX FUNC 30/30

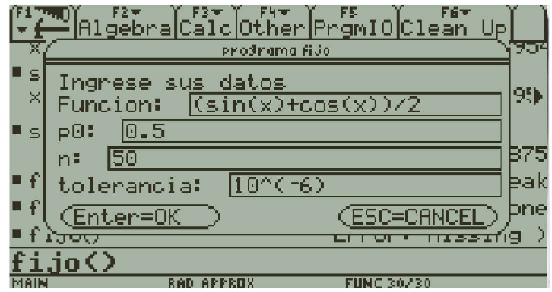
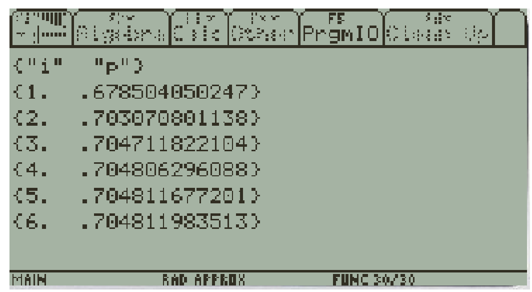
3.2	Se determina que la variable x cuenta con tres soluciones (raíces).	$x_1 = 1.89549$ $x_2 = 0$ $x_3 = -1.89549$

R./ $2e^x + x = 0$

TERCERA PARTE (23 PUNTOS)
Problema
Aplique el método de iteración de punto fijo para determinar una solución exacta dentro de 10^{-4} para $2x - sinx - cosx = 0$ en $[0,1]$. Utilice $p_0 = 0.5$

No.	Explicación	Operación
1	Se identifica el intervalo a y b, la tolerancia y el punto p_0.	$a = 0$ $b = 1$ $\text{Tol.} = 10^{-6}$ (Se agregó 2 decimales más) $p_0 = 0.5$
2	Se verifica que $f(a)$ y $f(b)$ tengan cambio de signo.	$f(0) = -1$ $f(1) = 0.618226$ **Cambio de signo, existe una raíz entre 0 y 1**
3	Se procede a determinar la función $g(x)$.	$2x - sinx - cosx = 0$ $2x = sinx + cosx$ $x = \frac{sinx + cosx}{2}$ $g(x) = \frac{sinx + cosx}{2}$

4	Se determina si se cumple con la prueba $\lvert g'(p_0)\rvert < 1$ para determinar si la $g(x)$ es la adecuada para aplicar el método de punto fijo.	$g(x) = \frac{sinx + cosx}{2}$ $g'(x) = \frac{cosx - sinx}{2}$ $g'(0.5) = \frac{cos0.5 - sin0.5}{2} = 0.1990785$ $\lvert g'(0.5)\rvert < 1$ $\lvert 0.1990785\rvert < 1$ **Si cumple con la prueba.**
5	Con el punto inicial $p_0 = 0.5$ se calcula la primera iteración p_1 sustituyendo dicho punto en la función $g(x)$	$g(0.5) = \frac{sin0.5 + cos0.5}{2}$ $g(0.5) = 0.678504$
6	Se calcula el error de la primera iteración y se compara con la tolerancia dada.	$error = \lvert p_0 - g(p_{0)}\rvert$ $error = \lvert 0.5 - 0.678504\rvert$ $error = \lvert -0.178504\rvert$ $\lvert -0.178504\rvert < 1 * 10^{-4}$ **No cumple, se necesita hacer más iteraciones.**
7	Para la segunda iteración se toma el punto $g(0.5) = 0.678504$ como punto de arranque	$g(0.678504) = \frac{sin0.678504 + cos0.678504}{2}$ $g(0.678504) = 0.703070$
8	Se calcula el error de la segunda iteración y se compara con la tolerancia dada.	$error = \lvert p_1 - g(p_{1)}\rvert$ $error = \lvert 0.678504 - 0.703070\rvert$ $error = \lvert -0.024566\rvert$ $\lvert -0.024566\rvert < 1 * 10^{-4}$ **No cumple, se necesita hacer más iteraciones.**

9	Se procede a ingresar los datos en el programa de Bisección de la Voyage	
10	Se coloca la tabla de resumen del método de punto fijo aplicada al problema para tener constancia de haber realizado la operación.	

R/ La raíz de la función $2x - sinx - cosx = 0$ dentro de una tolerancia de 10^{-4} es de **0.704811**