UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-116-4-V-2-00-2019_SR

CURSO:	**Matemática Aplicada 3**
SEMESTRE:	**Segundo**
CÓDIGO DEL CURSO:	**116**
TIPO DE EXAMEN:	**Examen Final**
FECHA DE EXAMEN:	**20 de noviembre de 2019**
RESOLVIÓ EL EXAMEN:	**Sebastián Sánchez Túchez**
DIGITALIZÓ EL EXAMEN:	**Sebastián Sánchez Túchez**
COORDINADOR:	**Ing. José Alfredo González Díaz**

Universidad de San Carlos Departamento de Matemática **EXAMEN FINAL** Facultad de Ingeniería MATEMATICA APLICADA 3		**100**
NOMBRE____CARNET: __________________		

TEMA 1. 30 pts. (5 pts. c/u) Marque la Respuesta Correcta

i) Si se Desea Calcular un Punto de inflexión a una Curva por medio del Método de la Secante, Cual es la Formula Para Encontrar Esa Aproximación:

$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f^{I}(x_n)}$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f^{II}(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f^{II}(x_n) - f^{II}(x_{n-1})}$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f^{II}(x_n)}{f^{III}(x_n)}$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f^{I}(x_n)}{f^{II}(x_n)}$	**NAC**

ii) Cuál de las siguientes fórmulas para el cálculo del Error es la que se aplica para el Método de la Secante:

$E = \lvert x_{n-1} - x_{n+1} \rvert$	$E = \lvert P_0 - P_{n+2} \rvert$	$E = \lvert x_n - x_{n+1} \rvert$	$E = (b-a)/2$	**NAC**

iii) El Método de Bisección es necesario que $f(a) > 0$ & $f(b) < 0$ o que $f(a) < 0$ & $f(b) > 0$:

Verdadero	***Falso***

iv) Cuál de las siguientes fórmulas para el cálculo del Error es la que se aplica para el Método de Posición Falsa después de la segunda iteración:

$E = \lvert x_{n-1} - x_{n+1} \rvert$	$E = \lvert P_0 - P_{n+2} \rvert$	$E = \lvert x_n - x_{n+1} \rvert$	$E = \lvert x_n - g(x_n) \rvert$	**NAC**

v) Para Bisección si tenemos $f(a) = +$, $f(b) = -$ & $f(P) = +$, cual es el intervalo para la siguiente Iteración:

$[p, b]$	$[a, p]$

vi) El Método de Steffensen es aplicado a una función $g(x)$ y se obtiene de la primera iteración $P_0 = 1$ y $P_1 = \sqrt{3}$. De la Segunda Iteración se conoce $P_0 = 2.78552$. Cuál es el valor de P_2 de la primera iteración **(trabaje con 5 decimales)**.

2.16397	2.76513	2.16307	1.92481	**NAC**

TEMA 2: 30 pts. (5 pts. c/u). Marque la Respuesta Correcta

1) Encontrar el punto máximo de la función $f(x) = -\cos(x) - sin(x)$ Iniciando con $x_0 = 2.5$ por el método de newton con una $tol < 1 * 10^{-2}$

10.2102	2.3562	1.4087	3.4163	**NAC**

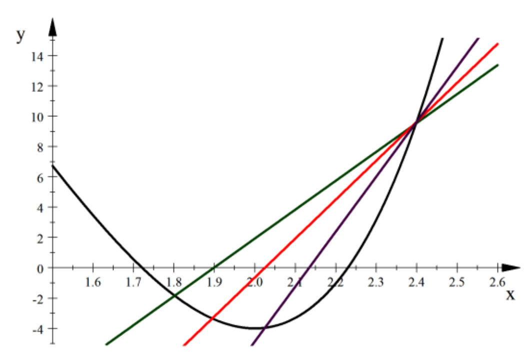
2) A una función $\mathbf{f}(x)$ se le practico el método de bisección y obtuvo la siguiente tabla

n	a	b	p	f(a)	f(p)	f(a)*f(p)	Error
1	0.0000	1.5000		-0.5940	0.1278		0.7500
2			0.3750		-0.3398	0.2018	
3		0.7500			-0.1334		0.1875

Cuál es el valor de **f(a)** de la tercera iteración:

-0.1334	-0.3398	-0.5940	***No es posble econtrar ese valor***	**NAC**

3) Para la función $f(x) = x^5 + 2x^4 - 8x^3 - 16x^2 + 16x + 28$ se le practico el método de Posición Falsa en el intervalo de $[1.8, 2.4]$ y se obtuvo que ecuación de la primera recta secante $\mathbf{Y_1} = 19.0575\mathbf{x} - 36.1086$ y la ecuación de la tercera recta secante es $\mathbf{Y_3} = 36.23562\mathbf{x} - 77.33605$. Cuál es la ecuación de la Segunda recta secante $\mathbf{Y_2} =$ ¿? (trabaje 4 decimales)



$Y_2 = 25.6764x - 51.9940$	$Y_2 = 19.0575x - 36.1086$
$Y_2 = 51.9940x - 25.6764$	**NAC**

4) Para los Nodos $x_0 = -0.2, x_1 = 0.3, x_2 = 0.7, x_3 = 0.9$ & $x_4 = 1.3$ y la función $f(x) = \cosh(\sin(x))$. Indique cual es el Coeficiente de x^2del Polinomio de Lagrange de Grado 2 para Aproximar $f(0)$: **(trabaje con 5 decimales)**

-0.42070	0.42070	-0.15666	0.00015	**NAC**

5) Para la función $f(x) = x^3 - 8x^2 + 17x$ y los puntos iniciales $x_0 = 3$, $x_1 = 3.5$ & $x_2 = 4$, usando el Método de Müller, Responda lo siguiente (TRABAJE con 4 DECIMALES).

5.1 Cuál es el valor de " E " de la PRIMERA iteración del algoritmo de Müller:

$-1.0000 + 3.8730\,i$	$-1.0000 - 3.8730\,i$	$0.5000 - 6.3048\,i$	NAC

5.2 Cuál es el valor de " h " de la PRIMERA iteración del algoritmo de Müller:

$-0.1000 + 1.2609\,i$	$-0.1000 - 1.2609\,i$	$0.4998 - 1.9365\,i$	NAC

TEMA 3. (20 pts., 5 pts. c/u):

Dado el Siguiente sistema lineal, responda lo que se le pide con una $tol < 0.01$ y trabajando con 4 decimales

$$\begin{aligned} 4x_1 - 3x_2 - 3x_3 - 18x_4 &= 1 \\ -10x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 6x_4 &= 2 \\ -x_1 - 2x_2 + 6x_3 - 6x_4 &= -1 \\ 2x_1 - 2x_2 - 4x_3 - 4x_4 &= 6 \end{aligned} \qquad x^{(0)} = \begin{bmatrix} -25.5 \\ -26.8 \\ -4.7 \\ 4 \end{bmatrix}$$

A) Cuál es el Error de x_3 de la primera iteración por el Método de Gauss-Seidel:

0.7050	-3.9950	3.8500	-0.8500	NAC

B) Cuál es el Error de x_1 de la cuarta iteración por el Método de Gauss-Seidel:

1.5547	1.7274	14.3873	-5.2040	NAC

C) Cuál es el Error de x_3 de la segunda iteración por el Método de Jacobi:

-2.0494	1.9456	17.0794	16.2294	NAC

D) Cuál es el error de x_1 de la tercera iteración de Jacobi:

6.9636	-0.1727	-19.5913	25.0796	NAC

TEMA 4 (10 pts.; 5 pts. c/u) MARQUE la respuesta correcta

Con una función " $f(x)$" y los nodos $x_0 = 10\,, x_1 = 20\,, x_2 = 30\,, x_3 = 40$ se practicó el método de Diferencias Divididas *Progresivas* de Newton y se obtuvo el polinomio $P(x) = 20 - 18(x-10) + 16(x-10)(x-20) + 14(x-10)(x-20)(x-30)$, a continuación conteste y marque la respuesta correcta:

1. Cuál es el Valor de $f(x_2\,,\ x_3)$:

93080	302	436	9022	NAC

2. Cuál es el valor del coeficiente b_3 del polinomio de Diferencias Divididas **Regresivas** de Newton:

302	16	-18	14	NAC

TEMA 5 (10 pts. c/u)

Dado el sistema no lineal, Cual es el valor de x & y de la primera iteración por el Método de Punto Fijo No Lineal usando $x^{(0)} = [1, 1\,]$, ***trabaje con 3 decimales***

$$x - \cos(xy) - {}^{1}\!/_{3} = 0$$
$$x^2 - 81(y + 0.1)^2 + 1.06 = 0$$

$x = 0.603$ & $y = 0.059$	$x = 0.874$ & $y = 0.059$	$x = -0.083$ & $y = 0.059$	NAC

Solución del Examen:

TEMA 1. Marque la Respuesta Correcta

i) Si se Desea Calcular un Punto de inflexión a una Curva por medio del Método de la Secante, Cual es la Formula Para Encontrar Esa Aproximación:

$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f^{I}(x_n)}$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f^{II}(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f^{II}(x_n) - f^{II}(x_{n-1})}$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f^{II}(x_n)}{f^{III}(x_n)}$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f^{I}(x_n)}{f^{II}(x_n)}$	**NAC**

1	Para ecuaciones de la forma $f(x) = 0$ y aproximaciones iniciales x_0, x_1, se tiene la relación del Método de la Secante:	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)[x_n - x_{n-1}]}{f(x) - f(x_{n-1})}$
2	Si se desea encontrar un punto de inflexión de una curva $f(x)$, debe resolverse la ecuación:	$f''(x) = 0$
3	Al buscar una aproximación con el Método de la Secante se obtiene la ecuación:	$\boxed{x_{n+1} = x_n - \frac{f''(x_n)[x_n - x_{n-1}]}{f''(x) - f''(x_{n-1})}}$

ii) Cuál de las siguientes fórmulas para el cálculo del Error es la que se aplica para el Método de la Secante:

$E = \lvert x_{n-1} - x_{n+1}\rvert$	$E = \lvert P_0 - P_{n+2}\rvert$	$E = \lvert x_n - x_{n+1}\rvert$	$E = (b-a)/2$	**NAC**

1	La fórmula para el cálculo de error del Método de la Secante está dada por la ecuación:	$\boxed{E = \lvert x_{+1} - x_n\rvert = \lvert x_n - x_{n+1}\rvert}$

iii) El Método de Bisección es necesario que $f(a) > 0 \,\&\, f(b) < 0$ o que $f(a) < 0 \,\&\, f(b) > 0$:

Verdadero	***Falso***

De acuerdo con el teorema del valor intermedio, si f es una función continúa definida en el intervalo $[a,b]$ con $f(a)$ y $f(b)$ con signos distintos, existe un número p en (a,b) tal que $f(p) = 0$. Para el método de bisección es necesario que haya un cambio de signo para verificar que una raíz de $f(x)$ esté en el intervalo (a,b), por lo tanto, es necesario que $f(a) > 0 \,\&\, f(b) < 0$ o que $f(a) < 0 \,\&\, f(b) > 0$

iv) Cuál de las siguientes fórmulas para el cálculo del Error es la que se aplica para el Método de Posición Falsa después de la segunda iteración:

$E = \lvert x_{n-1} - x_{n+1}\rvert$	$E = \lvert P_0 - P_{n+2}\rvert$	$E = \lvert x_n - x_{n+1}\rvert$	$E = \lvert x_n - g(x_n)\rvert$	**NAC**

1	Para la primera iteración el error está dado por la ecuación:	$E = \lvert x_{n+1} - x_n\rvert$
2	Para la segunda iteración en adelante:	$E = \lvert x_{n+1} - x_{n-1}\rvert = \lvert x_{n-1} - x_{n+1}\rvert$ $E = \lvert x_{n-1} - x_{n+1}\rvert$

v) Para Bisección si tenemos $f(a) = +$, $f(b) = -$ & $f(P) = +$, cual es el intervalo para la siguiente Iteración:

$[\boldsymbol{p}, \boldsymbol{b}]$	$[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{p}]$

Entre $f(a)$ y $f(p)$ no existe un cambio de signo, pero entre $f(p)$ y $f(b)$ sí, por lo tanto, debe utilizarse el intervalo $[p, b]$ para la siguiente iteración.

vi) El Método de Steffensen es aplicado a una función $\boldsymbol{g(x)}$ y se obtiene de la primera iteración $\boldsymbol{P_0 = 1}$ y $\boldsymbol{P_1 = \sqrt{3}}$. De la Segunda Iteración se conoce $\boldsymbol{P_0 = 2.78552}$. Cuál es el valor de $\boldsymbol{P_2}$ de la primera iteración **(trabaje con 5 decimales)**.

2.16397	2.76513	2.16307	1.92481	NAC

1	Al realizar la primera iteración con el método de Steffensen utilizando los valores:	$p_0 = 1$ $p_1 = g(p_0) = \sqrt{3}$ $p_2 = g(p_1)$
2	Se obtiene p con la ecuación:	$p = p_0 - \dfrac{(p_1 - p_0)^2}{p_2 - 2p_1 + p_0}$
3	Se despeja p_2 de la ecuación anterior.	$p = p_0 - \dfrac{(p_1 - p_0)^2}{p_2 - 2p_1 + p_0}$ $p - p_0 = -\dfrac{(p_1 - p_0)^2}{p_2 - 2p_1 + p_0}$ $p_2 - 2p_1 + p_0 = -\dfrac{(p_1 - p_0)^2}{p - p_0}$ $p_2 = 2p_1 - p_0 - \dfrac{(p_1 - p_0)^2}{p - p_0}$
4	Al realizar la siguiente iteración se sustituye $p_0 = p$, por lo tanto, el valor de p_0 en la segunda iteración es el valor de p en la primera iteración, $p = 2.78552$. Sustituyendo los valores:	$p_2 = 2\sqrt{3} - 1 - \dfrac{\left(\sqrt{3} - 1\right)^2}{2.78552 - 1}$ $p_2 = 2.16397$

TEMA 2: Marque la Respuesta Correcta

1) Encontrar el punto máximo de la función $\boldsymbol{f(x) = -\cos(x) - \sin(x)}$ Iniciando con $\boldsymbol{x_0 = 2.5}$ por el método de newton con una $\boldsymbol{tol < 1 * 10^{-2}}$

$\mathbf{10.2102}$	$\mathbf{2.3562}$	$\mathbf{1.4087}$	$\mathbf{3.4163}$	**NAC**

1	El punto máximo de una función $f(x)$ sucede en p cuando $f'(\text{p}) = 0$. Para encontrar el punto máximo de $f(x)$ se debe resolver la ecuación $f'(x) = 0$	$f(x) = -\cos(x) + \sin(x)$ $f'(x) = \sin(x) - \cos(x)$ $\sin(x) - \cos(x) = 0$
2	Se debe utilizar el Método de Newton para obtener una aproximación de la solución:	$g(x) = \sin(x) - \cos(x)$ $g'(x) = \cos(x) + \sin(x)$ $x_{n+1} = x_n - \frac{g(x)}{g'(x)}$ $x_{n+1} = x_n - \frac{\sin(x) - \cos(x)}{\cos(x) + \sin(x)}$
3	Teniendo $x_0 = 2.5$ se realiza la primera iteración.	$x_1 = 2.5 - \frac{\sin(2.5) - \cos(2.5)}{\cos(2.5) + \sin(2.5)}$ $x_1 = 9.4058$
4	Se calcula el error.	$E = \|x_n - x_{n-1}\|$ $E = \|9.4058 - 2.5\| = 6.9058 > 10^{-2}$
5	Al realizar tres iteraciones más se llega a la aproximación deseada.	$x_2 = 10.4445; E = 1.0386 > 10^{-2}$ $x_2 = 10.2058; E = 0.2387 > 10^{-2}$ $x_2 = 10.2102; E = 0.0044 < 10^{-2}$

2) A una función $\mathbf{f}(\boldsymbol{x})$ se le practico el método de bisección y obtuvo la siguiente tabla

n	a	b	p	f(a)	f(p)	f(a)*f(p)	Error
1	0.0000	1.5000		-0.5940	0.1278		0.7500
2			0.3750		-0.3398	0.2018	
3		0.7500			-0.1334		0.1875

Cuál es el valor de **f(a)** de la tercera iteración:

-0.1334	-0.3398	-0.5940	$\boldsymbol{No\ es\ posble\ econtrar\ ese\ valor}$	NAC

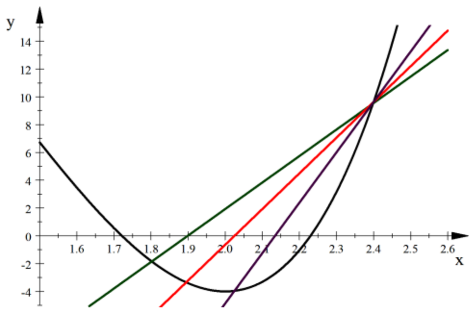
En la primera iteración, el punto medio p se obtiene: $p = (b - a)/2$.

n	a	b	p	f(a)	f(p)	f(a)*f(p)	Error
1	0.0000	1.5000	0.7500	-0.5940	0.1278	-0.0759	0.7500

Al haber un cambio de signo en (a, p) en la primera iteración, en la segunda iteración b toma el valor de p.							
n	**a**	**b**	**p**	**f(a)**	**f(p)**	**f(a)*f(p)**	**Error**
2	0.0000	0.7500	**0.3750**	-0.5940	**-0.3398**	**0.2018**	0.3750

Al no haber un cambio de signo en (a, p) en la segunda iteración, en la tercera iteración a toma el valor de p. $f(a) = f(0.3750) = -0.3398$							
n	**a**	**b**	**p**	**f(a)**	**f(p)**	**f(a)*f(p)**	**Error**
3	0.3750	**0.7500**	0.5625	0.3398	**-0.1334**	0.0453	**0.1875**

3) Para la función $\boldsymbol{f(x) = x^5 + 2x^4 - 8x^3 - 16x^2 + 16x + 28}$ se le practico el método de Posición Falsa en el intervalo de $[\mathbf{1.8}, \mathbf{2.4}]$ y se obtuvo que ecuación de la primera recta secante $\mathbf{Y_1 = 19.0575x - 36.1086}$ y la ecuación de la tercera recta secante es $\mathbf{Y_3 = 36.23562x - 77.33605}$. Cuál es la ecuación de la Segunda recta secante $\mathbf{Y_2} =$ ¿? (trabaje 4 decimales)



$\boldsymbol{Y_2 = 25.6764x - 51.9940}$	$\boldsymbol{Y_2 = 19.0575x - 36.1086}$
$\boldsymbol{Y_2 = 51.9940x - 25.6764}$	**NAC**

1	Se calcula una aproximación de la solución con el Método de Posición Falsa hasta la segunda iteración:	$x_{n+1} = 2.4 - \dfrac{f(2.4)[2.4 - x_n]}{f(2.4) - f(x_n)}$ $x_2 = 2.4 - \dfrac{9.6294[2.4 - 1.8]}{9.6294 - f(1.8)}$ $x_2 = 1.8947$
2	Para calcular la recta secante se utiliza la aproximación:	$y = \dfrac{f(a) - f(b)}{a - b}(x - b) + f(b)$
3	Se remplaza a por el pivote, $a = 2.4$. Se remplaza b por el punto x_2, $b = 1.8947$.	$y = \dfrac{f(2.4) - f(1.8947)}{2.4 - 1.8947}(x - 1.8947) + f(b)$ $y = 25.6764(x - 1.8947) - 3.3449$ $y = 25.6764x - 51.9940$

4) Para los Nodos $\boldsymbol{x_0 = -0.2, x_1 = 0.3, x_2 = 0.7, x_3 = 0.9}$ & $\boldsymbol{x_4 = 1.3}$ y la función $\boldsymbol{f(x) = \cosh(\sin(x))}$. Indique cual es el Coeficiente de x^2 del Polinomio de Lagrange de Grado 2 para Aproximar $f(0)$: **(trabaje con 5 decimales)**

-0.42070	**0.42070**	**-0.15666**	**0.00015**	**NAC**

1	Para un polinomio de Lagrange de grado 2 se necesitan tres puntos y sus imágenes correspondientes. Se utilizan los más cercanos a 0, donde se requiere la aproximación.	x_i / $f(x_i)$ -0.2 / 1.01980 0.3 / 1.04398 0.7 / 1.21478
2	Aplicando el algoritmo para obtener el polinomio de Lagrange:	$P_3(x) = L_0 f(x_0) + L_1 f(x_1) + L_2 f(x_2)$ $L_0 f(x_0) = \frac{(x-0.3)(x-0.7)}{(-0.2-0.3)(-0.2-0.7)}(1.01980)$ $L_1 f(x_1) = \frac{(x+0.2)(x-0.7)}{(0.3+0.2)(0.3-0.7)}(1.04398)$ $L_2 f(x_2) = \frac{(x+0.2)(x-0.3)}{(0.7+0.2)(0.7-0.3)}(1.21478)$
3	Al simplificar el polinomio:	$P_3(x) = \mathbf{0.42070}x^2 + 0.00629x + 1.00423$

5) Para la función $\boldsymbol{f(x) = x^3 - 8x^2 + 17x}$ y los puntos iniciales $\boldsymbol{x_0 = 3}$, $\boldsymbol{x_1 = 3.5}$ & $\boldsymbol{x_2 = 4}$, usando el Método de Müller, Responda lo siguiente (TRABAJE con 4 DECIMALES).

5.3 Cuál es el valor de " $\boldsymbol{E}$ " de la PRIMERA iteración del algoritmo de Müller:

$\mathbf{-1.0000 + 3.8730\,i}$	$\mathbf{-1.0000 - 3.8730\,i}$	$\mathbf{0.5000 - 6.3048\,i}$	**NAC**

5.4 Cuál es el valor de " $\boldsymbol{h}$ " de la PRIMERA iteración del algoritmo de Müller:

$\mathbf{-0.1000 + 1.2609\,i}$	$\mathbf{-0.1000 - 1.2609\,i}$	$\mathbf{0.4998 - 1.9365\,i}$	**NAC**

1	Se calcula h_1 y h_2:	$h_1 = x_1 - x_0$ $h_2 = x_2 - x_1$ $h_1 = 3.5 - 3$ $h_1 = 4 - 3.5$
2	Se calcula δ_1 y δ_2	$\delta_1 = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{h_1}$ $\delta_2 = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{h_2}$ $\delta_1 = \frac{f(3.5) - f(3)}{0.5} = -3.25$ $\delta_2 = \frac{f(4) - f(3.5)}{0.5} = -0.75$
3	Se calcula d	$d = \frac{\delta_2 - \delta_1}{h_1 + h_2}$

		$d = \frac{-0.75 + 3.25}{0.5 + 0.5} = 2.5$
4	Se calcula b y D	$b = \delta_2 + h_2 d$ $D = \sqrt{b^2 - 4f(x_2)d}$ $b = -0.75 + (0.5)(2.5) = 0.5$ $D = \sqrt{(0.5)^2 - 4(4)(2.5)} = 6.3048i$
5	Si $\lvert b - D \rvert < \lvert b + D \rvert$ entonces: $E = b + D$, sino $E = b - D$. Como $\lvert 0.5 - 6.3058i \rvert = \lvert 0.5 + 6.3058i \rvert$ Por lo tanto:	$E = b - D$ $E = 0.5000 - 6.3048i$
6	Se calcula h:	$h = \frac{-2f(x_2)}{E}$ $h = \frac{-2f(4)}{0.5000 - 6.3048i}$ $h = -0.1000 - 1.2609i$

TEMA 3:

Dado el Siguiente sistema lineal, responda lo que se le pide con una $tol < 0.01$ y trabajando con 4 decimales

$$\begin{aligned} 4x_1 - 3x_2 - 3x_3 - 18x_4 &= 1 \\ -10x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 6x_4 &= 2 \\ -x_1 - 2x_2 + 6x_3 - 6x_4 &= -1 \\ 2x_1 - 2x_2 - 4x_3 - 4x_4 &= 6 \end{aligned} \qquad x^{(0)} = \begin{bmatrix} -25.5 \\ -26.8 \\ -4.7 \\ 4 \end{bmatrix}$$

A) Cuál es el Error de x_3 de la primera iteración por el Método de Gauss-Seidel:

0.7050	-3.9950	3.8500	-0.8500	NAC

B) Cuál es el Error de x_1 de la cuarta iteración por el Método de Gauss-Seidel:

1.5547	1.7274	14.3873	-5.2040	NAC

C) Cuál es el Error de x_3 de la segunda iteración por el Método de Jacobi:

-2.0494	1.9456	17.0794	16.2294	NAC

D) Cuál es el error de x_1 de la tercera iteración de Jacobi:

6.9636	-0.1727	-19.5913	25.0796	NAC

1	Debe reordenarse el sistema de ecuaciones de esta forma:	$-10x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 6x_4 = 2$ $2x_1 - 2x_2 - 4x_3 - 4x_4 = 6$ $-x_1 - 2x_2 + 6x_3 - 6x_4 = -1$ $4x_1 - 3x_2 - 3x_3 - 18x_4 = 1$

2	Se establecen las ecuaciones:	$$x_1 = \frac{2 - 5x_2 + 3x_3 + 6x_4}{-10}$$ $$x_2 = \frac{6 - 2x_1 + 4x_3 + 4x_4}{-2}$$ $$x_3 = \frac{-1 + x_1 + 2x_2 + 6x_4}{6}$$ $$x_4 = \frac{1 - 4x_1 + 3x_2 + 3x_3}{-18}$$

3 — Luego de cuatro iteraciones con Gauss-Seidel:

n	x_1	x_2	x_3	x_4	Ex_1	Ex_2	Ex_3	Ex_4
1	-14.5900	-16.1900	-3.9950	0.0664	10.9100	10.6100	0.7050	3.9336
2	-7.1363	-2.2791	-2.0494	-0.9200	7.4537	13.9109	1.9456	0.9864
3	-0.1727	2.7660	-0.1935	-0.5227	6.9636	5.0451	1.8559	0.3973
4	1.5546	-0.0130	-0.4346	0.3645	1.7274	2.7790	0.2411	0.8872

3 — Luego de cuatro iteraciones con Gauss-Seidel:

n	x_1	x_2	x_3	x_4	Ex_1	Ex_2	Ex_3	Ex_4
1	-14.5900	-27.1000	-9.3500	-0.4722	10.9100	0.3000	4.6500	4.4722
2	-10.6617	2.0544	-12.1039	2.7772	3.9283	29.1544	2.7539	3.2494
3	2.7921	4.9917	1.5184	-0.7499	13.4537	2.9372	13.6223	3.5271
4	2.2903	-1.7450	1.2127	-0.5201	0.5018	6.7366	0.3058	0.2298

TEMA 4

Con una función "$f(x)$" y los nodos $\boldsymbol{x_0 = 10}$, $\boldsymbol{x_1 = 20}$, $\boldsymbol{x_2 = 30}$, $\boldsymbol{x_3 = 40}$ se practicó el método de Diferencias Divididas *Progresivas* de Newton y se obtuvo el polinomio $\boldsymbol{P(x) = 20 - 18(x-10) + 16(x-10)(x-20) + 14(x-10)(x-20)(x-30)}$, a continuación conteste y marque la respuesta correcta:

1. Cuál es el Valor de $\boldsymbol{f(x_2, x_3)}$:

93080	302	436	9022	NAC

2. Cuál es el valor del coeficiente $\boldsymbol{b_3}$ del polinomio de Diferencias Divididas **Regresivas** de Newton:

302	16	-18	14	NAC

1	Se tiene el siguiente tablero:	i / x_i / p_i: 0 / 10 / 20; 1 / 20; 2 / 30; 3 / 40; p_{01} =-18; p_{012} =16; p_{0123} =14
2	Se calcula los p_i restantes con $P(x)$:	i / x_i / p_i: 0 / 10 / 20; 1 / 20 / -160; 2 / 30 / 2860; 3 / 40 / 93080; p_{01} =-18; p_{012} =16; p_{0123} =14

3	Se calcula el valor de p_{23}, utilizando p_2 y p_3:	$p_{23} = \frac{p_3 - p_2}{x_3 - x_2}$ $p_{23} = \frac{93080 - 2860}{40 - 30}$ $p_{23} = 9022$
4	Se encuentran todas las posiciones faltantes y se llena el tablero:	$\boldsymbol{i}$ $\boldsymbol{x_i}$ $\boldsymbol{p_i}$ 0 10 20 1 20 -160 p_{01} =-18 2 30 2860 p_{12} =302 p_{012} =16 3 40 93080 p_{23} =9022 p_{123} =436 p_{0123} =14
5	El polinomio obtenido con diferencias regresivas es:	$P(x) = 93080 + 9022(x-40) + 436(x-40)(x-30) + \mathbf{14}(x-40)(x-30)(x-20)$ $b_3 = 14$

TEMA 5

Dado el sistema no lineal, Cual es el valor de $\boldsymbol{x}$ & $\boldsymbol{y}$ de la primera iteración por el Método de Punto Fijo No Lineal usando $\boldsymbol{x^{(0)}} = [1\ ,1\ ]$, ***trabaje con 3 decimales***

$$\boldsymbol{x - \cos(xy) - {}^{1}/_{3} = 0}$$
$$\boldsymbol{x^2 - 81(y + 0.1)^2 + 1.06 = 0}$$

$\boldsymbol{x = 0.603}$ & $\boldsymbol{y = 0.059}$	$\boldsymbol{x = 0.874}$ & $\boldsymbol{y = 0.059}$	$\boldsymbol{x = -0.083}$ & $\boldsymbol{y = 0.059}$	**NAC**

1	Se despeja x de la primera ecuación y y de la segunda ecuación:	$x - \cos(xy) - \frac{1}{3} = 0$ $x = \cos(xy) + \frac{1}{3}$ $x^2 - 81(y+0.1)^2 + 1.06 = 0$ $(y+0.1)^2 = \frac{x^2 + 1.06}{81}$ $y = \frac{\sqrt{x^2+1.06}}{9} - 0.1$
2	Se aplican las derivadas parciales para verificar la convergencia:	$g_1(x,y) = \cos(xy) + \frac{1}{3}$ $\frac{\partial g_1}{\partial x} = -y \sin(xy)$

		$$\frac{\partial g_1}{\partial y} = -x \sin(xy)$$ $$\left\|\frac{\partial g_1(1,1)}{\partial x}\right\| = 0.841 < 1$$ $$\left\|\frac{\partial g_1(1,1)}{\partial y}\right\| = 0.841 < 1$$ $$g_2(x,y) = \frac{\sqrt{x^2+1.06}}{9} - 0.1$$ $$\frac{\partial g_2}{\partial x} = \frac{x}{9\sqrt{x^2+1.06}}$$ $$\frac{\partial g_2}{\partial y} = 0$$ $$\left\|\frac{\partial g_2(1,1)}{\partial x}\right\| = 0.077 < 1$$ $$\left\|\frac{\partial g_2(1,1)}{\partial y}\right\| = 0 < 1$$
3	Se evalúa g_1 para calcular la siguiente aproximación de x y g_2 para calcular la siguiente aproximación de y:	$$g_1(1,1) = x = 0.874$$ $$g_2(1,1) = y = 0.059$$