UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-122-4-V-2-00-2019

CURSO:	**Matemática Aplicada 4**
SEMESTRE:	**Segundo**
CÓDIGO DEL CURSO:	**122**
TIPO DE EXAMEN:	**Examen final**
FECHA DE EXAMEN:	**21 de noviembre de 2019**
RESOLVIÓ EL EXAMEN:	**Javier Estuardo Navarro**
DIGITALIZÓ EL EXAMEN:	**Javier Estuardo Navarro**
COORDINADOR:	**Ing. José Alfredo González Díaz**

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS
MATEMATICA APLICADA 4 (M 10) **examen final**
Lic. Carlos Augusto Morales Santacruz **noviembre 2019**
Aux. Javier Navarro

TEMARIO "LUVSAR"

Tema 1 (60/100) ecuación elíptica

Escribiendo la tabla correspondiente, utilice el algoritmo 12.1: método de diferencias finitas, para aproximar la solución de la ecuación elíptica (de Poisson) con:

$$\frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}^2} + \frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{y}^2} = -\cos(x+y) - \cos(x-y) \qquad 0 \le x \le \pi \quad 0 \le y \le \pi$$

$$TOL = 0.000002 \qquad \Delta x = \frac{\pi}{10} \qquad \Delta y = \frac{\pi}{10} \qquad g(x,y) = \cos(x)\cos(\mathrm{y})$$

Tema 2 (40/100) ecuación hiperbólica

Escribiendo la tabla correspondiente, utilice el algoritmo 12.4: método de diferencias finitas, para aproximar la solución de la ecuación hiperbólica (de onda) con:

$$\Delta x = h = 0.1 \qquad \Delta t = k = 0.1$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{t}^2} - \frac{1}{16\pi^2}\frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}^2} = 0 \qquad 0 \le x \le 0.8 \quad tiempo\ máximo\ T = 0.6$$

$$u(0,t) = 0 \qquad u(0.8,t) = 0 \qquad u(x,0) = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = \sin(4\pi x)$$

SOLUCIÓN DEL EXAMEN

Tema 1 (60/100) ecuación elíptica

Escribiendo la tabla correspondiente, utilice el algoritmo 12.1: método de diferencias finitas, para aproximar la solución de la ecuación elíptica (de Poisson) con:

$$\frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}^2} + \frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{y}^2} = -\cos(x+y) - \cos(x-y) \qquad 0 \le x \le \pi \quad 0 \le y \le \pi$$

$$TOL = 0.000002 \qquad \Delta x = \frac{\pi}{10} \qquad \Delta y = \frac{\pi}{10} \qquad g(x,y) = \cos(x)\cos(\mathrm{y})$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Lo primero es verificar la forma que debe tener la ecuación diferencial parcial, es la siguiente:	$\frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}^2}(x,y) + \frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{y}^2}(x,y) = f(x,y)$ $a \le x \le b \qquad c \le y \le d$
2.	Se procede a determinar los parámetros a utilizar:	$f(x,y) = -\cos(x+y) - \cos(x-y)$ $g(x,y) = \cos(x)\cos(\mathrm{y})$ $A = 0, B = \pi$ $h = \frac{B-A}{N} \rightarrow N = \frac{B-A}{h} = \frac{\pi - 0}{\frac{\pi}{10}} = 10$ $C = 0, D = \pi$ $k = \frac{D-C}{M} \rightarrow M = \frac{D-C}{k} = \frac{\pi - 0}{\frac{\pi}{10}} = 10$

3.

Obteniendo tabla, utilizando el algoritmo 12.1 ofrecido en la página oficial del libro de texto:

Poissson Equation Finite-Difference Method

I	J	X(I)	Y(I)	W(I,J)
1	1	0.314159265	0.314159265	0.905449723
1	2	0.314159265	0.628318531	0.770571519
1	3	0.314159265	0.942477796	0.559974024
1	4	0.314159265	1.256637062	0.294427587
1	5	0.314159265	1.570796327	0.000006579
1	6	0.314159265	1.884955592	-0.294415057
1	7	0.314159265	2.199114858	-0.559963326
1	8	0.314159265	2.513274123	-0.770563698
1	9	0.314159265	2.827433389	-0.905445576
2	1	0.628318531	0.314159265	0.770571201
2	2	0.628318531	0.628318531	0.655966928
2	3	0.628318531	0.942477796	0.476764937
2	4	0.628318531	1.256637062	0.250699025
2	5	0.628318531	1.570796327	0.000011903
2	6	0.628318531	1.884955592	-0.250676356
2	7	0.628318531	2.199114858	-0.476745581
2	8	0.628318531	2.513274123	-0.655952778
2	9	0.628318531	2.827433389	-0.770563698
3	1	0.942477796	0.314159265	0.559973149
3	2	0.942477796	0.628318531	0.476764106
3	3	0.942477796	0.942477796	0.346552414
3	4	0.942477796	1.256637062	0.182241245
3	5	0.942477796	1.570796327	0.000015583
3	6	0.942477796	1.884955592	-0.182211567
3	7	0.942477796	2.199114858	-0.346527075
3	8	0.942477796	2.513274123	-0.476745581
3	9	0.942477796	2.827433389	-0.559963326
4	1	1.256637062	0.314159265	0.294426041
4	2	1.256637062	0.628318531	0.250697070
4	3	1.256637062	0.942477796	0.182239901
4	4	1.256637062	1.256637062	0.095841653
4	5	1.256637062	1.570796327	0.000017424
4	6	1.256637062	1.884955592	-0.095808469
4	7	1.256637062	2.199114858	-0.182211567
4	8	1.256637062	2.513274123	-0.250676356

4	9	1.256637062	2.827433389	-0.294415056
5	1	1.570796327	0.314159265	0.000004406
5	2	1.570796327	0.628318531	0.000008813
5	3	1.570796327	0.942477796	0.000012754
5	4	1.570796327	1.256637062	0.000015763
5	5	1.570796327	1.570796327	0.000017426
5	6	1.570796327	1.884955592	0.000017424
5	7	1.570796327	2.199114858	0.000015583
5	8	1.570796327	2.513274123	0.000011904
5	9	1.570796327	2.827433389	0.000006580
6	1	1.884955592	0.314159265	-0.294417649
6	2	1.884955592	0.628318531	-0.250680286
6	3	1.884955592	0.942477796	-0.182215612
6	4	1.884955592	1.256637062	-0.095811632
6	5	1.884955592	1.570796327	0.000015764
6	6	1.884955592	1.884955592	0.095841653
6	7	1.884955592	2.199114858	0.182241246
6	8	1.884955592	2.513274123	0.250699026
6	9	1.884955592	2.827433389	0.294427587
7	1	2.199114858	0.314159265	-0.559965984
7	2	2.199114858	0.628318531	-0.476749775
7	3	2.199114858	0.942477796	-0.346531675
7	4	2.199114858	1.256637062	-0.182215612
7	5	2.199114858	1.570796327	0.000012754
7	6	2.199114858	1.884955592	0.182239902
7	7	2.199114858	2.199114858	0.346552415
7	8	2.199114858	2.513274123	0.476764937
7	9	2.199114858	2.827433389	0.559974025
8	1	2.513274123	0.314159265	-0.770565963
8	2	2.513274123	0.628318531	-0.655956451
8	3	2.513274123	0.942477796	-0.476749775
8	4	2.513274123	1.256637062	-0.250680286
8	5	2.513274123	1.570796327	0.000008813
8	6	2.513274123	1.884955592	0.250697070
8	7	2.513274123	2.199114858	0.476764106
8	8	2.513274123	2.513274123	0.655966928
8	9	2.513274123	2.827433389	0.770571519
9	1	2.827433389	0.314159265	-0.905446945
9	2	2.827433389	0.628318531	-0.770565963
9	3	2.827433389	0.942477796	-0.559965984
9	4	2.827433389	1.256637062	-0.294417649
9	5	2.827433389	1.570796327	0.000004407
9	6	2.827433389	1.884955592	0.294426041
9	7	2.827433389	2.199114858	0.559973150
9	8	2.827433389	2.513274123	0.770571202
9	9	2.827433389	2.827433389	0.905449723

Convergence occurred on iteration number 73

Tema 2 (40/100) ecuación hiperbólica

Escribiendo la tabla correspondiente, utilice el algoritmo 12.4: método de diferencias finitas, para aproximar la solución de la ecuación hiperbólica (de onda) con:

$$\Delta x = h = 0.1 \qquad \Delta t = k = 0.1$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{t}^2} - \frac{1}{16\pi^2}\frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}^2} = 0 \qquad 0 \le x \le 0.8 \quad tiempo\ máximo\ T = 0.6$$

$$u(0,t) = 0 \qquad u(0.8,t) = 0 \qquad u(x,0) = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = \sin(4\pi x)$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Lo primero es verificar la forma que debe tener la ecuación diferencial parcial, es la siguiente:	$\frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{t}^2}(x,t) - \alpha^2 \frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}^2}(x,t) = 0$ $0 \le x \le l \quad 0 \le t \le T$ $u(x,0) = f(x) \qquad \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = g(\mathrm{x})$
2.	Se procede a determinar los parámetros a utilizar:	$f(x) = 0$ $g(x) = \sin(4\pi x)$ $l = 0.8, \qquad T = 0.6, \qquad h = 0.1, \quad k = 0.1$ $h = \frac{l}{M} \rightarrow M = \frac{l}{h} = \frac{0.8}{0.1} = 8$ $k = \frac{T}{N} \rightarrow N = \frac{T}{k} = \frac{0.6}{0.1} = 6$ $\alpha^2 = \frac{1}{16\pi^2} \rightarrow \alpha = \frac{1}{4\pi} = 0.079577472$

3.	Obteniendo tabla, utilizando el algoritmo 12.4 ofrecido en la página oficial del libro de texto:	Wave Equation Finite-Difference I X(I) W(X(I),0.6) 1 0.000000000 0.000000000 2 0.100000000 0.541908744 3 0.200000000 0.334918022 4 0.300000000 -0.334918022 5 0.400000000 -0.541908743 6 0.500000000 0.000000530 7 0.600000000 0.542037870 8 0.700000000 0.347504460 9 0.800000000 0.000000000