UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-123-2-V-1-00-2019_SN

CURSO:	**Matemática Aplicada 5**
SEMESTRE:	**Segundo**
CÓDIGO DEL CURSO:	**123**
TIPO DE EXAMEN:	**Primer Examen Parcial**
FECHA DE EXAMEN:	**7 de octubre del 2019**
RESOLVIÓ EL EXAMEN:	**Andrés Fernando Divas Cojti**
DIGITALIZÓ EL EXAMEN:	**Andrés Fernando Divas Cojti**
COORDINADOR:	**Ing. José Alfredo González Díaz**

Temario Primer Examen Parcial.

Tema1.

Hallar el ángulo de la función z.

$$z = \frac{-2+e^{i\frac{\pi}{2}}}{(2-i)^2},$$

Tema 2.

a) Hallar las primeras 3 raíces cubicas de:

$$Z = -27 - 27i$$

b) Usando Instrumento de dibujo y papel milimetrado, dibuje el diagrama fasorial de la ecuación, suponiendo que |I|<|Ve|

$$V_r = V_e \measuredangle 0 + (I \sphericalangle - 45)(1 - j\frac{1}{2})$$

Tema 3.

Simplifique y escriba en forma polar:

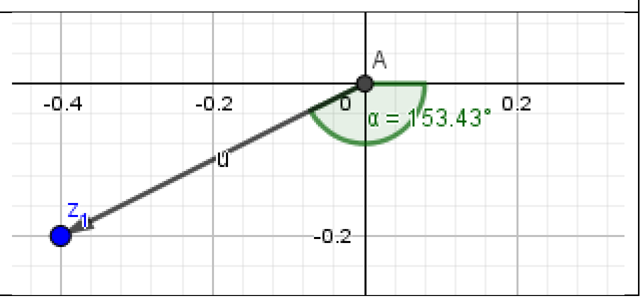
$$(Cos\left(\frac{\Pi}{6}\right) + iSen\left(\frac{\Pi}{6}\right))^9 * [2\measuredangle \frac{-\Pi}{4}]^4$$

Tema 4.

Determine la corriente en estado estable i(t) para el circuito RLC en serie descrito por la ecuación. Use cualquier método complejo

$$\frac{1}{20}\frac{di}{dt} + i + 10\int i\ dt = 10\ Cos(10t)$$

1. $z = \frac{-2+e^{i\frac{\pi}{2}}}{(2-i)^2}$, hallar el ángulo de la función z.

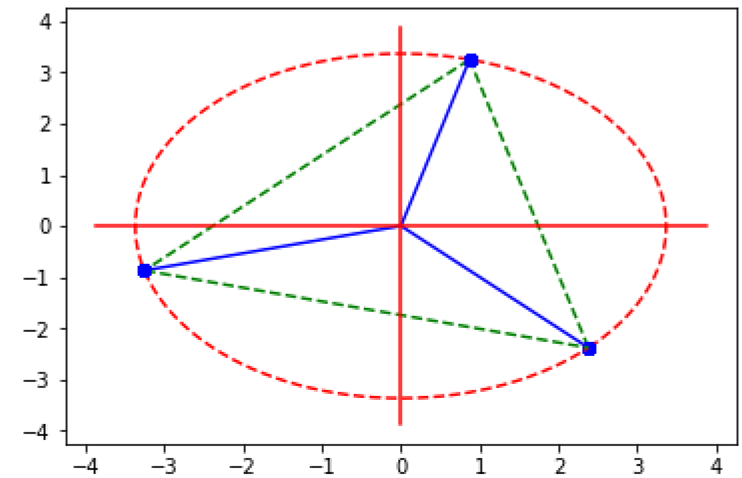
Resolución.	
Primero completamos cuadrados y trabajamos la exponencial compleja.	$\frac{-2+e^{i\frac{\pi}{2}}}{4-4i-1}=\frac{-2+i}{3-4i}$
Debemos eliminar el complejo del denominador, para hacer esto multiplicamos por su conjugado de la siguiente forma	$\frac{-2+i}{3-4i} * \frac{3+4i}{3+4i}$
Quedando de la siguiente manera:	$\frac{-6-8i+3i-4}{25}$
Operando queda:	$\frac{-10-5i}{25}$
Sacando su argumento nos queda:	$r = \sqrt{(\frac{-10}{25})^2 + (\frac{-5}{25})^2}=$
El ángulo queda	$\tan^{-1}\frac{-0.2}{-0.4}$= 26.56
Pero sabemos que el punto se encuentra en el tercer cuadrante y quedaría de 2 formas:	180+26.56=206.56 o -180+26.56=-153.43
La grafica queda.	

Tema 2.

c) Hallar las primeras 3 raíces cubicas de:

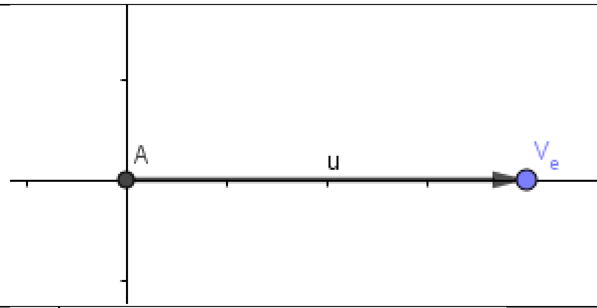
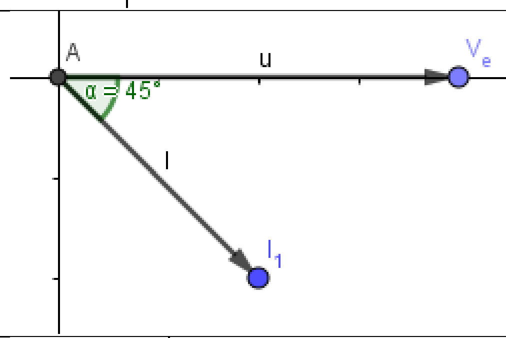
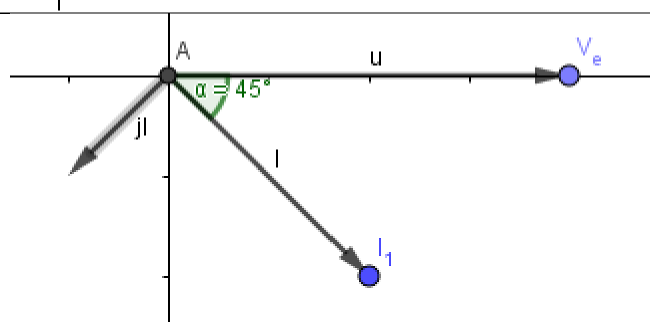
$$Z = -27 - 27i$$

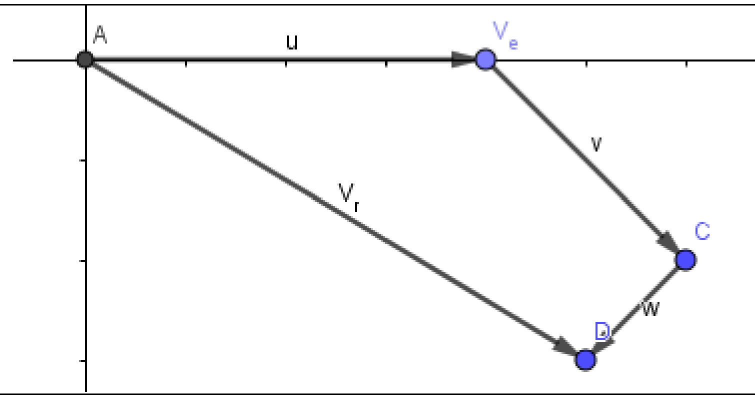
No.	Explicación	Operatoria
1.	Pasamos dicho punto en coordenadas polares.	$r = 27\sqrt{2}$ $\theta = -2.36\, rad$
2.	Sabemos la ecuación de las n raíces	$w_k = \sqrt[n]{r}\angle\left(\frac{\theta + k(2\pi)}{n}\right), k = 0, 1, 2, 3,$
3.	Sustituimos datos en dicha ecuación siendo para este caso n=3, ya que nos están pidiendo las raíces cubicas. K inicia desde 0, al hacer la operatoria obtenemos.	$w_0 = 3.36 \measuredangle -0.786\ o\ 3.66\measuredangle -45$ $w_1 = 3.36 \measuredangle 1.31\ o\ 3.66\measuredangle 75$ $w_2 = 3.36 \measuredangle -2.88\ o\ 3.66\measuredangle -165$
4.	Como nos piden coordenadas cartesianas obtenemos.	$w_0 = 2.38 - 2.38i$ $w_1 = 0.87 + 3.25i$ $w_2 = -3.25 - 0.87i$

5.	Con ayuda de un programa de computadora corroboramos los datos y obtenemos.	---------------------------- Raices 3-ésimas de -27 + (-27)j ---------------------------- k = 0 radio = 3.367, fase = -45.000° x = 2.381, y = -2.381 k = 1 radio = 3.367, fase = 75.000° x = 0.872, y = 3.253 k = 2 radio = 3.367, fase = -165.000° x = -3.253, y = -0.872 --------------------------- 

d) Ilustrar la siguiente función.

$$V_r = V_e + (I\measuredangle -45)(1 - j\frac{1}{2})$$
$$V_e > I$$

Resolución.	
Primero operamos la corriente con el numero complejo que nos dan y la ecuación nos queda de la forma	$V_r = V_e + \left(I\measuredangle -45 - (I\measuredangle -45)j\frac{1}{2}\right)$
Procedemos a dibujar vector por vector. Nuestro vector Ve no tiene ningún ángulo por ende solo se encuentra en el eje de los reales quedando de la siguiente manera.	
Procedemos a dibujar nuestro vector corriente representado por $I\measuredangle -45$, en este caso nos indica que el voltaje Ve es mayor que nuestra corriente y dibujamos:	
Ahora dibujamos la parte de la corriente que esta afectada por el punto imaginario, si vemos también esta afectado por el ½ y esto nos dice que será la mitad de nuestro vector corriente.	

Ahora sumamos todos nuestros vectores, usando la definición de punta con cola y obtenemos nuestro vector resultante.	

Tema 3.
Resolver la siguiente ecuación aplicando la teoría que se le enseño en clase.

$$(Cos\left(\frac{\Pi}{6}\right) + iSen\left(\frac{\Pi}{6}\right))^9 * [2\measuredangle\frac{-\Pi}{4}]^4$$

Resolución.	
Primero aplicamos la ley de los exponentes y nuestra función queda de la siguiente manera	$Cos\left(9\frac{\Pi}{6}\right) + iSen\left(9\frac{\Pi}{6}\right) * [2^4\measuredangle\frac{-4\Pi}{4}]$
Realizamos operaciones básicas y tenemos el siguiente resultado:	$\left[Cos\left(\frac{3\Pi}{2}\right) + iSen\left(\frac{3\Pi}{2}\right)\right] * [16\measuredangle - \Pi]$
Observamos que tanto seno como coseno tiene un ángulo de $\frac{3\Pi}{2}$ por ende lo pasamos a la forma fasorial y nos queda:	$1\measuredangle\frac{3\Pi}{2} * 16\measuredangle - \Pi$
Aplicamos la fórmula de multiplicación de fasores, la cual nos dice que, magnitud se multiplica con magnitud y los ángulos se suman, lo cual nos quedara de la siguiente manera:	$1 * 16\measuredangle\left(\frac{3\Pi}{2} - \Pi\right)$
Y obtenemos el resultado:	$16\measuredangle\frac{\Pi}{2}$
Y podemos dejarlo de la siguiente manera	$16\left[Cos\left(\frac{\Pi}{2}\right) + iSen\left(\frac{\Pi}{2}\right)\right]$ o $16i$ o $16e^{i\frac{\Pi}{2}}$

Tema 4.

Determine la corriente en estado estable i(t) para el circuito RLC en serie descrito por la ecuacion. Utilizar cualquier metodo complejo.

$$\frac{1}{20}\frac{di}{dt} + i + 10\int i\ dt = 10\ Cos(10t)$$

Resolución.	
Iniciamos resolviendo la derivada y la integral. Sabiendo la definición pasamos la derivada y la integrar al plano complejo y nos queda de la siguiente manera.	$\frac{di}{dt} = j10A$ $\int i\ dt = \frac{A}{j10}$
Sustituimos los datos y obtenemos que:	$\frac{1}{20} * j10A + A + 10 * \frac{A}{j10} = 10 \measuredangle 0$
Resolvemos usando simple algebra:	$\frac{1}{2}jA + A + 10 * \frac{A}{j} = 10 \measuredangle 0$ $A\left(1 - \frac{1}{2}j\right) = 10 \measuredangle 0$
Hallamos el valor de A	$A = \frac{10 \measuredangle 0}{\left(1 - \frac{1}{2}j\right)}$
Obtenemos A en forma de fasor:	$A = 4\sqrt{5}\measuredangle 0.464$
Sabemos que la corriente es:	$I = Ae^{j10t}$
Sustituimos A en la ecuación de la corriente y tenemos:	$I = 4\sqrt{5}\measuredangle 0.464 * e^{j10t}$
Sumamos los ángulos dentro de la ecuación exponencial:	$I = 4\sqrt{5} * e^{j(10t+0.464)}$
Ahora obtenemos nuestra ecuación de la corriente en términos del Coseno y obtenemos nuestro resultado:	$I(t) = 4\sqrt{5} * Cos(10t + 0.464)$