UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-123-2-V-2-00-2019_SN

CURSO:	**Matemática Aplicada 5**
SEMESTRE:	**Segundo**
CÓDIGO DEL CURSO:	**123**
TIPO DE EXAMEN:	**Primer Examen Parcial**
FECHA DE EXAMEN:	**09 de octubre del 2019**
RESOLVIÓ EL EXAMEN:	**Andrés Fernando Divas Cojti**
DIGITALIZÓ EL EXAMEN:	**Andrés Fernando Divas Cojti**
COORDINADOR:	**Ing. José Alfredo González Díaz**

Primer Examen Parcial.

Tema1.

Usando procedimiento algebraico determine la ecuación y dibuje algunas líneas de corriente del campo vectorial asociado a la función compleja.

$$f(z) = \frac{i}{\bar{z}}$$

Tema 2.

a) Dibuje en el plano Z la curva:

$$4x - 4 - y^2 = 0$$

b) Luego usando procedimiento algebraico, determine y dibuje su imagen en el plano W bajo la función:

$$w = \sqrt{z}$$

Tema 3.

Usando procedimiento algebraico, rotación y traslación, mapee la semirrecta:

$$x = \frac{1}{4}, y > 0$$

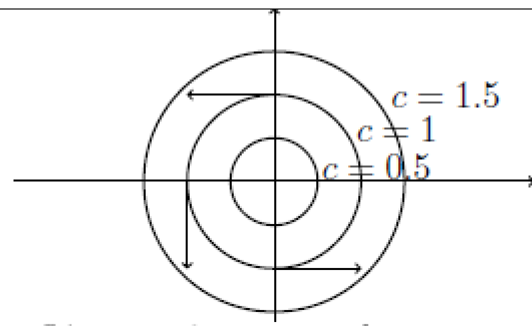
Bajo el mapeo

$$f(z) = 1 + e^{\frac{i*\pi}{4}} * \frac{1}{z}$$

Tema1.

Usando procedimiento algebraico determine la ecuación y dibuje algunas líneas de corriente del campo vectorial asociado a la función compleja.

$$f(z) = \frac{i}{\bar{z}}$$

Resolución.	
Primero realizamos la multiplicación del conjugado de z	$\frac{i}{\bar{z}} = \frac{i}{x - iy} * \frac{x + iy}{x + iy}$
Desarrollamos la ecuación y obtenemos que:	$\frac{ix - y}{x^2 + y^2}$
Ahora separamos la parte real e imaginaria de nuestra ecuación:	$V = P = \frac{ix}{x^2 + y^2}; U = Q = \frac{-y}{x^2 + y^2}$
Aplicamos la teoría de las líneas de corriente la cual nos dice:	$\frac{dy}{dx} = \frac{d(P(x,y))}{d(Q(x,y))}$
Obtenemos lo siguiente:	$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{-y}$
Aplicamos integración en ambos lados y obtenemos que:	$x^2 + y^2 = C$
Dibujamos nuestra ecuación con sus respectivos vectores:	 Lineas y 3 vectores de campo

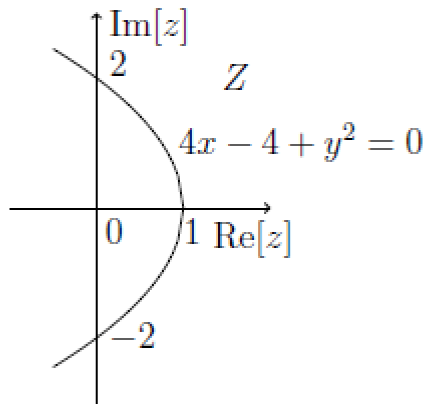
Tema 2.

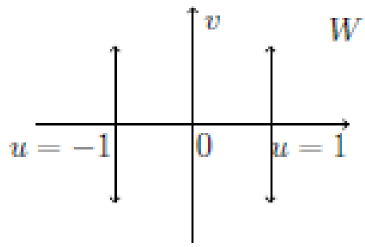
a) Dibuje en el plano Z la curva:

$$4x - 4 - y^2 = 0$$

b) Luego usando procedimiento algebraico, determine y dibuje su imagen en el plano W bajo la función:

$$w = \sqrt{z}$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Primero dibujamos nuestra curva:	
2.	Trabajamos la función w:	$w^2 = z$
3.	Sabemos que w= u+iv Y z=x+iy, procedemos a desarrollar ambos lados y obtenemos que:	$u^2 + 2iuv - v^2 = x + iy$ $x = u^2 - v^2$ $y = 2uv$
4.	Pasamos todo a termino de x y nos quedara:	$x = \frac{4-y^2}{4}$
5.	Sustituimos los valores del inciso 3 en la ecuación del inciso 4:	$v^2 - v^2 = \frac{4 - 4u^2v^2}{4}$
6.	Realizamos algebra básica y nos queda la siguiente ecuación:	$u^2(1 + v^2) = 1 + v^2$
7.	Resolvemos y obtenemos:	$U = \pm 1$

8.	Con ayuda de programa de computadora obteneos la recta:	

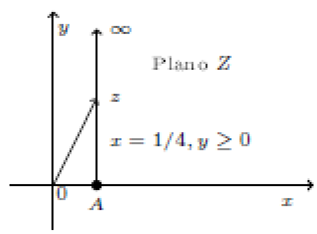
Tema 3.

Usando procedimiento algebraico, rotación y traslación, mapee la semirrecta:

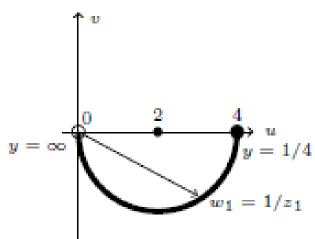
$$x = \frac{1}{4}, y > 0$$

Bajo el mapeo

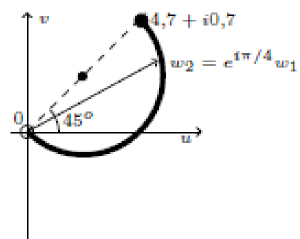
$$f(z) = 1 + e^{\frac{i*\pi}{4}} * \frac{1}{z}$$

Resolución.	
Primero procedemos a dibujar la recta:	
Procedemos a trabajar el reciproco de z para facilitarnos el procedimiento:	$w = \frac{1}{z}; z = \frac{1}{w}$
Sabemos de qué Z=x+iy, Pero sabemos de qué x es igual a ¼ y w=u+iv entonces procedemos a sustituir en la ecuación:	$\frac{1}{4} + iy = \frac{1}{u+iv}$
Trabajaremos la parte donde se encontraba doble B para eliminar el número imaginario al hacer la multiplicación por el conjugado, y así separar la parte real y la parte imaginaria de ambos lados:	$\frac{1}{4} + iy = \frac{1}{u+iv} * \frac{u-iv}{u-iv}$ $\frac{1}{4} + iy = \frac{u-iv}{u^2+v^2}$ $\frac{1}{4} = \frac{u}{u^2+v^2}$ $y = \frac{-v}{u^2+v^2}$
Vamos la parte real y completamos cuadrados para obtener la ecuación de una semicircunferencia:	$\frac{1}{4} = \frac{u}{u^2+v^2}\ ;\ u^2+v^2-4u =$ $(u-2)^2 + v^2 = 4$
La parte imaginaria existirá para los valores de V<0;	$y = -\frac{v}{u^2+v^2} \geq 0 \rightarrow v \leq 0$

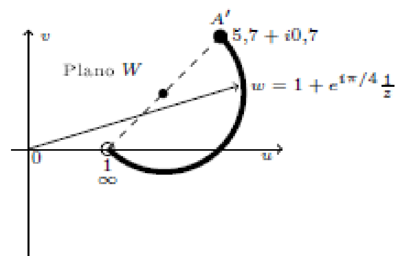
La exponencial compleja nos indica que la circunferencia sufrirá un corrimiento de 45 grados antihorario y un desplazamiento de una unidad a la derecha en el eje de las U, el resultado será el siguiente:	



La inversa



La rotacion 45^o



La traslación de 1 a la derecha