UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CLAVE-962-1-M-2-00-2018

CURSO:	**Matemática de Computación 2**
SEMESTRE:	**Segundo**
CÓDIGO DEL CURSO:	**962**
TIPO DE EXAMEN:	**Primer Examen Parcial**
FECHA DE EXAMEN:	**Agosto de 2018**
RESOLVIÓ EL EXAMEN:	**Jorge Mario Castaneda**
DIGITALIZÓ EL EXAMEN:	**Jorge Mario Castaneda**
REVISO EL EXAMEN:	**Ing. José Alfredo González**
COORDINADOR:	**Ing. José Alfredo González Díaz**

Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Primer semestre 2018

Matemática para Computación 2
Primer Parcial
10/08/2018

<u>TEMARIO UNICO</u>

TEMA 1(25 Pts.)

Resuelva la relación de recurrencia $a_{n+1} - 2a_n = 2^n + n;\ n \geq 0;\ a_0 = 4;$

TEMA 2(25 Pts.)

Para $n \geq 0$ sea a_n el número de formas en que una sucesión de unos y doses suman n. Por ejemplo, $a_3 = 3$, pues

1. 1+1+1;
2. 1+2
3. 2+1

TEMA 3(20 Pts.)

Resolver

$$a_{n+2} - 4a_{n+1} + 5a_n = 0;\ n \geq 0;\ a_0 = 1; a_1 = 5;$$

TEMA 4(30 Pts.)

Encuentre y resuelva una relación de recurrencia para la secuencia de números

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
an	1	4	2	-2	-3	1	7	10	8	4

Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Primer semestre 2018

Matemática para Computación 2
Primer Parcial
10/08/2018

TEMA 1(25 Pts.)

Resuelva la relación de recurrencia $a_{n+1} - 2a_n = 2^n + n;\ n \geq 0;\ a_0 = 4;$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Con el f(n) obtenemos la solución particular	$f(n) = 2^n + n$ $a_{(n)}{}^p = A2^n + Bn + C$
2.	Ahora identificamos la solución homogénea y encontramos el valor de r	$a_{(n)} = a_{n+1} - 2a_n$ $0 = Cr^{n+1} - 2Cr^n$ n=0 $0 = r - 2$ $r = 2$
3.	Nuestra solución homogénea sería	$a_{(n)}{}^h = C2^n$
4.	Como existe dependencia lineal entre la solución particular y la homogénea, multiplicamos por n los términos que tienen dependencia en la solución particular.	$a_{(n)}{}^p = An2^n + Bn + C$
5.	Ahora ingresamos nuestra solución particular en nuestra ecuación inicial para encontrar los valores de las constantes.	$A(n+1)2^{n+1} + B(n+1) + c - 2(An2^n + Bn + C) = 2^n + n$
6.	Le otorgamos valores a n para encontrar tres funciones para posteriormente encontrar las constantes.	n=0 $2A + B - C = 1$ n=1 $-2B - C = 3$ n=2 $8A - B - C = 6$
7.	Ahora Encontramos los valores de las constantes	$A = 1/2$ $B = -1$ $C = -1$
8.	Ahora encontramos nuestra solución general.	$a_{(n)}{}^g = a_{(n)}{}^h + a_{(n)}{}^p$ $a_{(n)}{}^g = \frac{1}{2}n2^n - n - 1 + C2^n$

9.	Ahora evaluamos nuestra condición general para encontrar el valor de la constante C	$4 = \frac{1}{2} * 0 * 2^0 - 0 - 1 + C2^0$ $C = 5$
10.	**Concluimos:** $\boldsymbol{a_{(n)}{}^g = \frac{1}{2} n2^n - n - 1 + 5 * 2^n}$	

TEMA 2(25 Pts.)

Para $n \geq 0$ sea a_n el número de formas en que una sucesión de unos y doses suman n. Por ejemplo, $a_3 = 3$, pues

1. 1+1+1;
2. 1+2
3. 2+1

n	Formas	a_n
0		1
1	1	1
2	1+1,2	1+1=2
3	1+1+1,2+1,1+2	2+1=3
4	1+1+1+1,2+1+1,1+2+1,1+1+2,2+2	3+2=5
5	1+1+1+1+1,2+1+1+1,1+2+1+1,1+1+2+1,1+1+1+2, 2+2+1,2+1+2,1+2+2	5+3=8
6	1+1+1+1+1+1,2+1+1+1+1,1+2+1+1+1,1+1+2+1+1, 1+1+1+2+1,1+1+1+1+2,2+2+1+1,2+1+2+1,2+1+1+2, 1+2+1+2,1+1+2+2,1+2+2+1,2+2+2	8+5=13
n		$a_{n-1} + a_{n-2} = a_n$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Corriendo los índices tenemos la siguiente relación de recurrencia.	$a_{(n+2)} = a_{n+1} + a_n$ $a_{(n+2)} - a_{n+1} - a_n = 0$
2.	En este caso como el extremo derecho de la ecuación es igual a cero, no existe la solución particular. Nuestra solución homogénea sería	$a_{(n+2)} - a_{n+1} - a_n = 0\ EC.1$
3.	La solución propuesta es:	$a_{(n)}{}^h = Cr^n\ EC.2$
4.	Al evaluar 2 en 1 tenemos	$0 = Cr^{n+2} - Cr^{n+1} - Cr^n$

5.	Se cancela el termino Cr^n al multiplicar por $\frac{1}{Cr^n}$ y encontramos el valor de r	$0 = r^2 - r - 1$ $r = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$
6.	La solución a la relación de recurrencia queda de la siguiente forma:	$a_{(n)}{}^h = c_1(\frac{1-\sqrt{5}}{2})^n + c_2(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n$
7.	Para determinar el valor de la constante C_1 y C_2 se aplica la condición inicia $a_0 = 1$ $a_1 = 1$	$1 = c_1(\frac{1-\sqrt{5}}{2})^0 + c_2(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^0 \; EC.1$ $C_2 = 1 - C_1$ $1 = c_1(\frac{1-\sqrt{5}}{2})^1 + c_2\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^1 \; EC.2$
8.	Sustituyendo ecuación 1 en 2 encontramos los valores de las constantes	$C_2 = \frac{5+\sqrt{5}}{10}$ $C_2 = \frac{5-\sqrt{5}}{10}$
9.	Quedando la solución de la relación de recurrencia como	$a_{(n)}{}^h = \frac{5-\sqrt{5}}{10} * (\frac{1-\sqrt{5}}{2})^n + \frac{5+\sqrt{5}}{10} * (\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n$
10.	**Concluimos:** $\boldsymbol{a_{(n)}{}^g = \frac{5-\sqrt{5}}{10} * (\frac{1-\sqrt{5}}{2})^n + \frac{5+\sqrt{5}}{10} * (\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n}$	

TEMA 3(20 Pts.)

Resolver

$$a_{n+2} - 4a_{n+1} + 5a_n = 0; \; n \geq 0; \; a_0 = 1; a_1 = 5;$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	En este caso como el extremo derecho de la ecuación es igual a cero, no existe la solución particular. Nuestra solución homogénea sería	$a_{n+2} - 4a_{n+1} + 5a_n = 0 \; EC.1$
2.	La solución propuesta es:	$a_{(n)}{}^h = k^n(c_0 Cos(\theta n) + c_1 Sen(\theta n)) \; EC.2$

3.	Al evaluar 2 en 1 tenemos	$0 = Cr^{n+2} - 4Cr^{n+1} + 5Cr^{n}$
4.	Se cancela el termino Cr^n al multiplicar por $\frac{1}{Cr^n}$ y encontramos el valor de r	$0 = r^2 - 4r + 5$ $r = 2 \pm i$
5.	Encontramos el ángulo teta y la constante K	$\theta = tan^{-1}(1/2)$ $\theta = 0.4636$ $k = \sqrt{2^2+1}$ $k = \sqrt{5}$
6.	La solución a la relación de recurrencia queda de la siguiente forma:	${a_{(n)}}^h = \sqrt{5}^n(c_0Cos(0.4636n) + c_1Sen(0.4636n))$
7.	Para determinar el valor de la constante C_1 y C_2 se aplica la condición inicia $a_0 = 1$ $a_1 = 5$	$1 = \sqrt{5}^0(c_0Cos(0.4636*0) + c_1Sen(0.4636*0))$ $5 = \sqrt{5}^1(c_0Cos(0.4636) + c_1Sen(0.4636))$
8.	Sustituyendo ecuación 1 en 2 encontramos los valores de las constantes	$C_0 = 1$ $C_1 = 3$
9.	Quedando la solución de la relación de recurrencia como	${a_{(n)}}^h = \sqrt{5}^n(Cos(0.4636n) + 3Sen(0.4636n))$
10.	**Concluimos:** $\boldsymbol{{a_{(n)}}^g = \sqrt{5}^n(Cos(0.4636n) + 3Sen(0.4636n))}$	

TEMA 4(30 Pts.)

Encuentre y resuelva una relación de recurrencia para la secuencia de números

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
an	1	4	2	-2	-3	1	7	10	8	4

$$a_{n+2} - a_{n+1} + a_n = n - 1;\; n \geq 0;\; a_0 = 1; a_1 = 4;$$

No.	Explicación	Operatoria
1.	Nuestra solución homogénea sería	$a_{n+2} - a_{n+1} + a_n = 0\ EC.1$
2.	Nuestra solución particular sería	${a_{(n)}}^p = An + B$ EC. 2
3.	La solución propuesta es:	${a_{(n)}}^h = k^n(c_0Cos(\theta n) + c_1Sen(\theta n))\ EC.3$
4.	Al evaluar 3 en 1 tenemos	$0 = Cr^{n+2} - Cr^{n+1} + Cr^n$
5.	Se cancela el termino Cr^n al multiplicar por $\frac{1}{Cr^n}$ y encontramos el valor de r	$0 = r^2 - r + 1$ $r = 0.5 \pm 0.86603i$
6.	Encontramos el ángulo teta y la constante K	$\theta = tan^{-1}(0.86603/0.5)$ $\theta = \frac{\pi}{3}$ $k = \sqrt{0.5^2 + 0.86603^2}$ $k = 1$
7.	La solución a la relación de recurrencia queda de la siguiente forma:	${a_{(n)}}^h = (c_0Cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) + c_1Sen\left(\frac{\pi}{3}n\right))$
8.	Al evaluar 2 en la ecuación original tenemos	$A(n+2) + B - A(n+1) - B + An + B = n - 1$
9.	Ahora encontramos los valores de las constantes A y B	$A = 1$ $B = -2$
10.	Ahora encontramos la solución general	${a_{(n)}}^g = {a_{(n)}}^h + {a_{(n)}}^p$ ${a_{(n)}}^g = \left(c_0Cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) + c_1Sen\left(\frac{\pi}{3}n\right)\right) + n - 2$
11.	Para determinar el valor de la constante C_0 y C_1 se aplica la condición inicia $a_0 = 1$ $a_1 = 4$	$1 = \left(c_0Cos(0) + c_1Sen(0)\right) + 0 - 2$ $4 = \left(c_0Cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + c_1Sen\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) + 1 - 2$
12.	Sustituyendo ecuación 1 en 2 para encontrar el valor de las constantes	$C_0 = \frac{7}{\sqrt{3}}$ $C_1 = 3$
13.	Quedando la solución de la relación de recurrencia como	

		$a_{(n)}{}^{g} = \left(\frac{7}{\sqrt{3}}Cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) + 3Sen\left(\frac{\pi}{3}n\right)\right) + n - 2$
14. **Concluimos:** $\boldsymbol{a_{(n)}{}^{g} = \left(\frac{7}{\sqrt{3}}Cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) + 3Sen\left(\frac{\pi}{3}n\right)\right) + n - 2}$		