

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-962-4-M-2-2017

---



---

<b>CURSO:</b>	<b>Matemática para Computación 2</b>
<b>SEMESTRE:</b>	<b>Segundo</b>
<b>CÓDIGO DEL CURSO:</b>	<b>962</b>
<b>TIPO DE EXAMEN:</b>	<b>Examen Final</b>
<b>FECHA DE EXAMEN:</b>	<b>Noviembre 2017</b>
<b>REVISION DEL EXAMEN:</b>	<b>Ing. Carlos Garrido</b>
<b>SOLUCION DEL EXAMEN:</b>	<b>José Portillo</b>
<b>COORDINADOR:</b>	<b>Ing. José Alfredo González Díaz</b>

Universidad de San Carlos de Guatemala

Facultad de Ingeniería

Escuela Técnica

## Matemática para Computación 2

Examen Final

21/11/2017

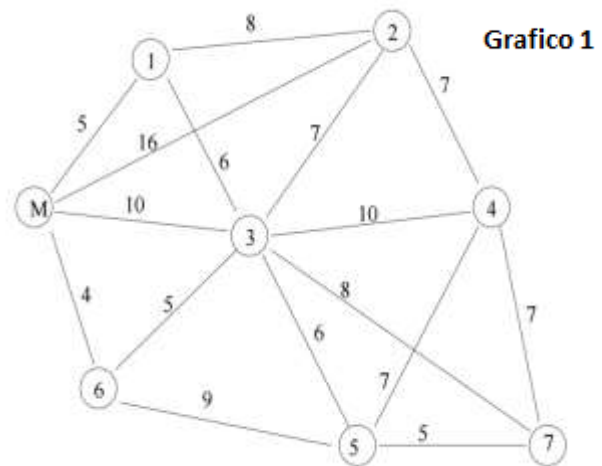
### TEMA 1 (25 Pts.)

Utilice los códigos de Huffman para codificar la palabra LIBRE al texto “ARIBA ARRIBA ALIBA BABA Y LOS 40 LADRONES SY BA ALIBA BABA LA RIBA”

### TEMA 2 (25 Pts.)

La mayoría de los vecinos de un cierto municipio trabaja en alguno de los siete pozos que una compañía minera explota cerca del municipio. El municipio, los pozos y las vías que los conectan están descritos en el Grafico 1.

Antes de las elecciones el actual alcalde prometió a todos los vecinos que pavimentaría algunos caminos de forma que cada trabajador tuviera pavimentado el camino más corto desde el municipio hasta su mina. ¿Cuántos kilómetros se habría ahorrado pavimentar si solo hubiera prometido que cada trabajador tendría un camino pavimentado para acceder a su mina?



### TEMA 3( 15 Pts.)

- Si un árbol tiene 5 vértices, diga ¿Cuántas aristas tiene el árbol?
- Dibuje un árbol completo tri-ario de altura 2

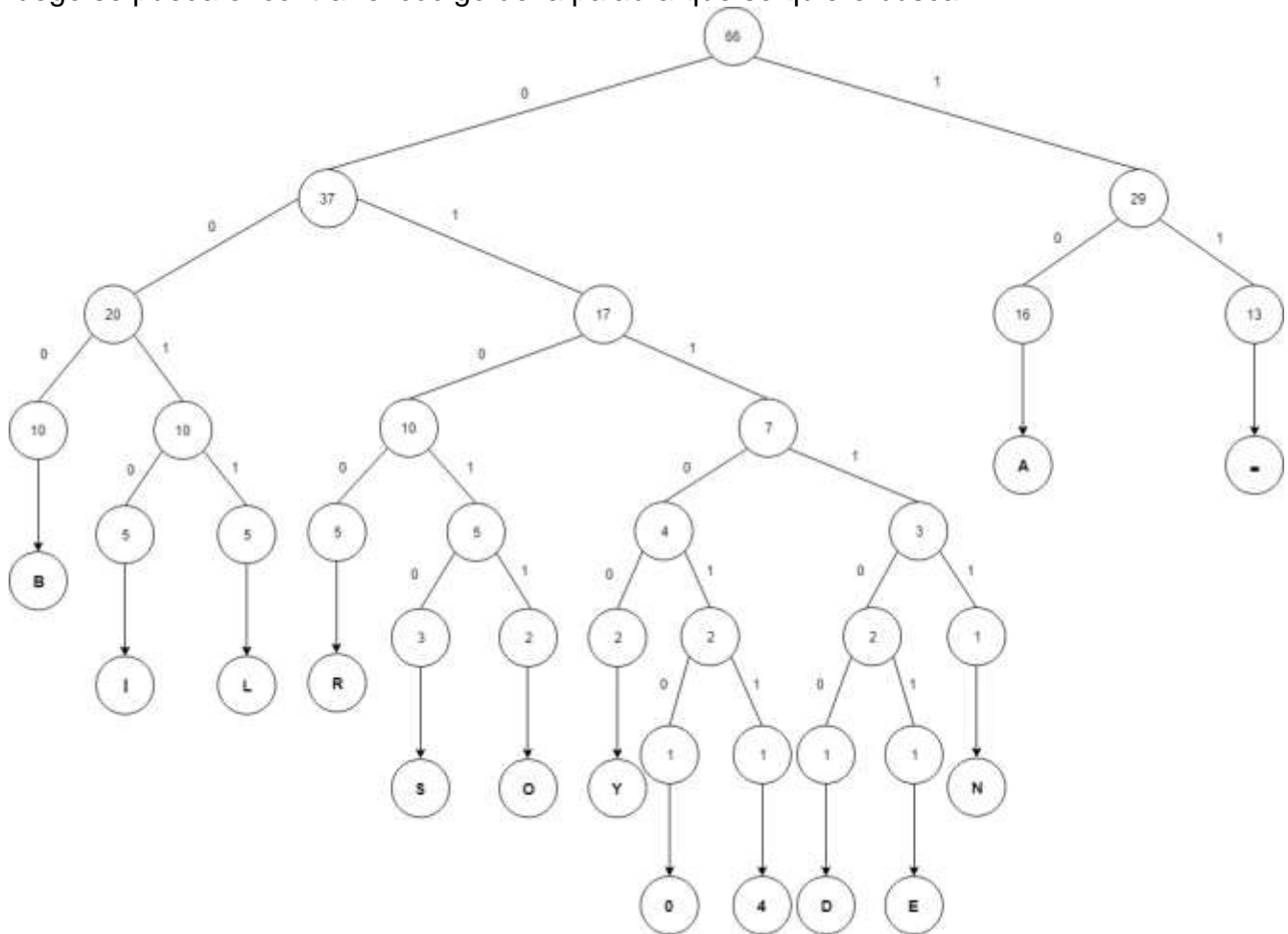
### TEMA 4( 35 Pts.)

Resuelva la siguiente relación de recurrencia.

$$a_{n+2} + 3a_{n+1} + 2a_n - 3^{n+1} = 0 \quad a_0 = 0; \quad a_1 = 1;$$



Luego se procede a realizar el árbol que se forma a partir de la tabla anterior. Para este se debe colocar cero a todas las ramas izquierdas y uno a las ramas de la derecha para que luego se pueda encontrar el código de la palabra que se quiere buscar.



Ahora la palabra que se desea buscar es: LIBRE y para ello se empieza a recorrer el árbol para encontrar el código que contiene dicha palabra.

L		I		B		R		E							
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1

**TEMA 2**

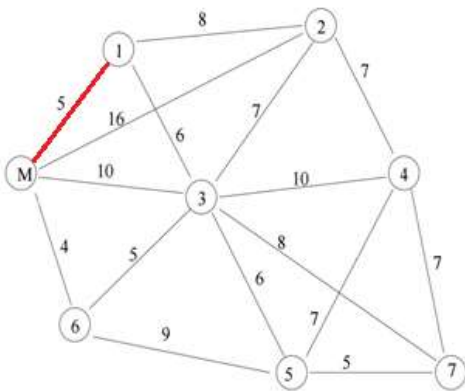
Se debe buscar el camino más corto del municipio a la mina de los trabajadores para ello se tiene la siguiente tabla en la que se muestran los posibles caminos.

Nodo	Camino(km)	Camino(km)	Camino(km)
M – 1	5	24	16
M – 2	13	16	17
M – 3	10	11	9
M – 4	20	19	20
M – 5	16	13	23
M – 6	4	15	25
M – 7	18	17	21

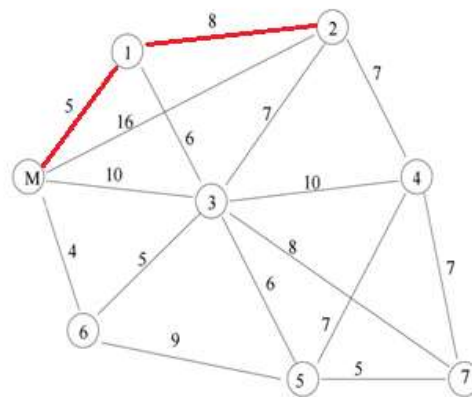
Al realizar la suma de los caminos más cortos queda: **80 Kilómetros**

**Caminos más cortos:**

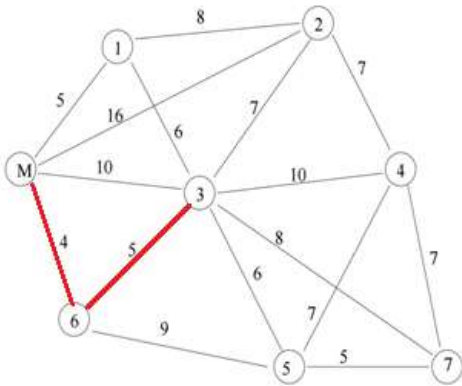
**M – 1**



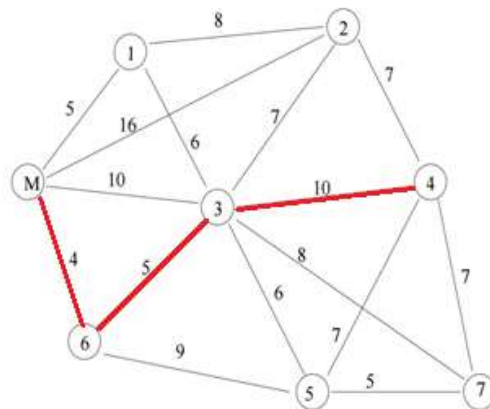
**M – 2**



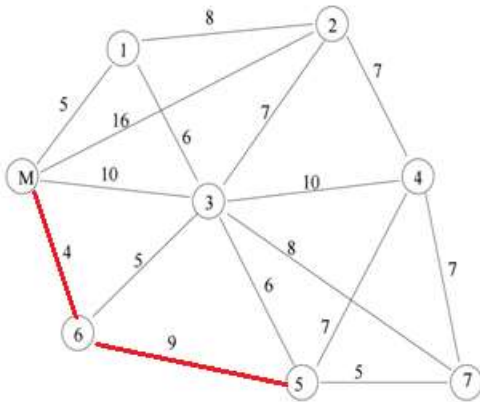
**M - 3**



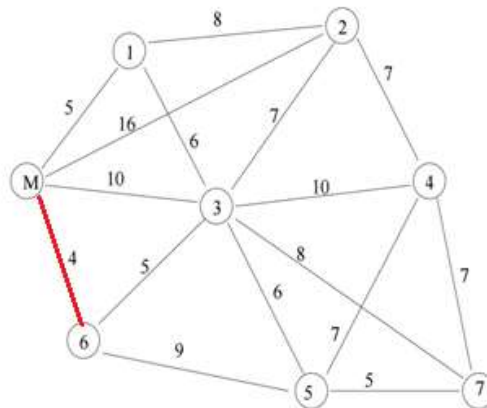
**M - 4**



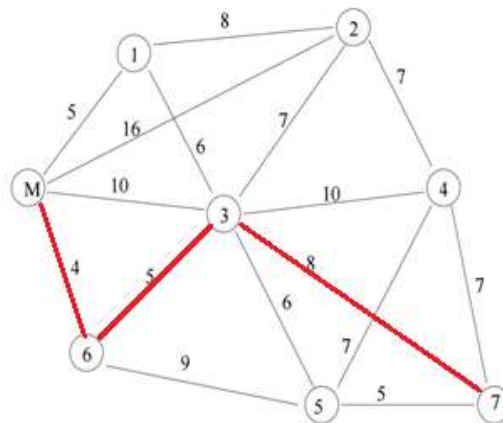
**M - 5**



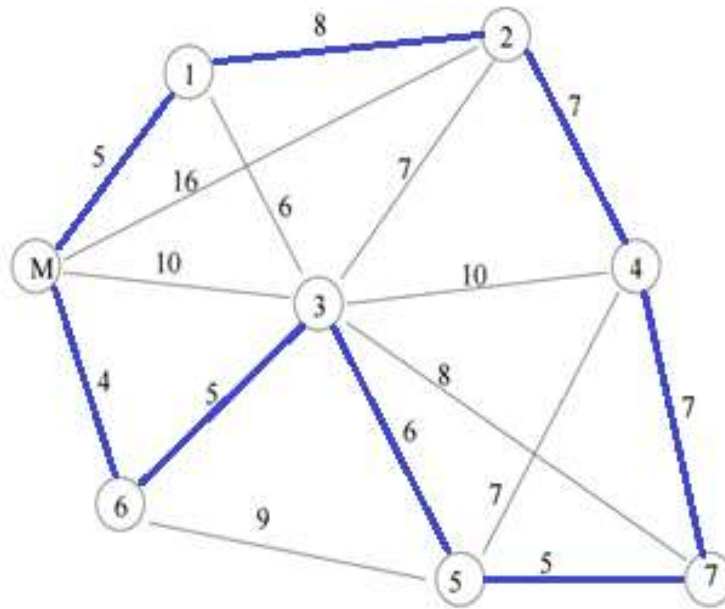
**M - 6**



**M - 7**



¿Cuántos kilómetros se habría ahorrado pavimentar si solo hubiera prometido que cada trabajador tendría un camino pavimentado para acceder a su mina?



Se realizó un camino hamiltoniano en la cual pasa por todos los vértices en este caso la mina de cada trabajador por lo que se tiene la suma de: **47 Kilómetros** lo cual se habría ahorrado 33 kilómetros en pavimentar un solo camino.

### TEMA 3

A) Cuántas aristas tiene un árbol con vértice = 5

$$|V| = |E| + 1$$

\*Ecuación de vértices y aristas

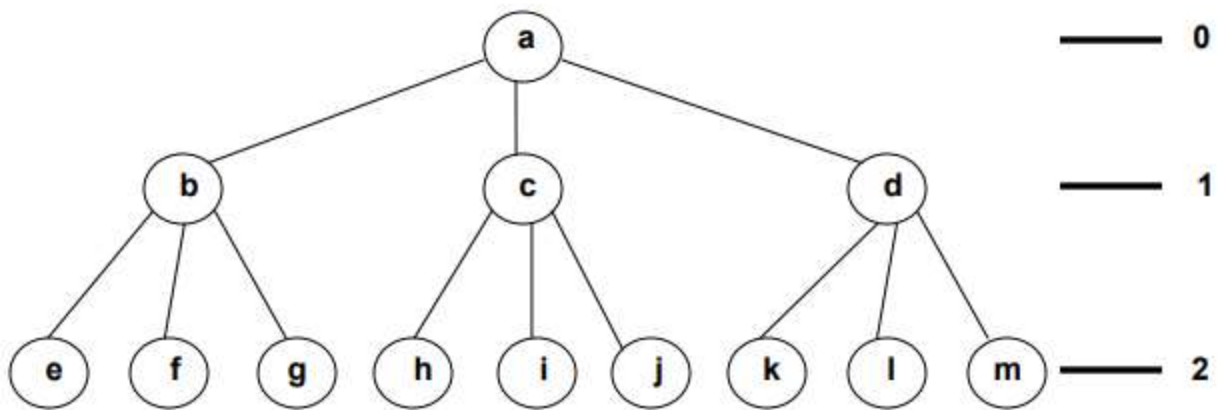
$$|V| - 1 = |E|$$

\*Se despeja las aristas  $|E|$  y se sustituyen los vértices

$$|5| - 1 = |E| \rightarrow |E| = 4$$

Por lo tanto un árbol de 5 vértices tiene 4 aristas.

B) Dibujar un árbol tri-ario completo de altura 2



Se crea el nivel 0 del cual se desprenden 3 ramas y da lugar al nivel 1, este a su vez divide sus ramas en 3 para tener un árbol tri-ario completo de altura 2.

#### TEMA 4

##### Homogénea

$$a_0 = a_{n+2} + 3a_{n+1} + 2a_n = 0 \quad a_n = cr^n$$

$$cr^{n+2} + 3cr^{n+1} + 2cr^n = 0 \quad n = 0;$$

$$r^2 + r + 2 = 0$$

$$(r + 2)(r + 1) = 0$$

$$r_1 = -2$$

$$r_2 = -1$$

$$a_n = A(-2)^n + b(-1)^n$$

##### Particular

$$a_n = a_{n+2} + 3a_{n+1} + 2a_n = 3^{n+1}$$

$$a_n = C3^n$$

$$C3^{n+2} + 3C3^{n+1} + 2a_n = 3^{n+1}$$

$$3^n C3^2 + 3C3^n * 3 + 2C3^n = 3^{n+1}$$

\*dividiendo por  $3^n$



$$9C + 9C + 2C = 3$$

$$20C = 3$$

$$C = \frac{3}{20}$$

**General**

$$a_n = A(-2)^n + B(-1)^n + \frac{3}{20} * 3^n$$

$$0 = A + A + \frac{3}{20} \quad n = 0; \quad 0 = A + B + \frac{3}{20}$$

$$1 = -2A - B + \frac{9}{20} \quad n = 1; \quad B = -A - \frac{3}{20}$$

$$1 = -A + 0 + \frac{12}{20} \quad B = -\left(-\frac{2}{5}\right) - \frac{3}{20}$$

$$A = \frac{12}{20} - 1 = -\frac{2}{5} \quad B = \frac{1}{4}$$

$$a_n = -\frac{2}{5}(-2)^n + \frac{1}{4}(-1)^n + \frac{3}{20}(3)^n$$