

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CLAVE-962-4-V-2-00-2019\_sN

---



---

<i>CURSO:</i>	<i>Matemática para computación 2</i>
<i>SEMESTRE:</i>	<i>Segundo</i>
<i>CÓDIGO DEL CURSO:</i>	<i>962</i>
<i>TIPO DE EXAMEN:</i>	<i>Examen final</i>
<i>RESOLVIÓ EL EXAMEN:</i>	<i>Erick Valenzuela</i>
<i>DIGITALIZÓ EL EXAMEN:</i>	<i>Erick Valenzuela</i>
<i>COORDINADOR:</i>	<i>Ing. José Alfredo González Díaz</i>

## Examen final TEMARIO UNICO

**Instrucciones:** Resolver los problemas que se presentan a continuación en forma clara, ordenada y dejando constancia de su procedimiento.

### TEMA 1 (25 puntos)

Aplicar el teorema de Kuratowski para determinar si el grafo  $G_1 = (V_1, E_1)$ , de la figura No. 1, es plano o no.

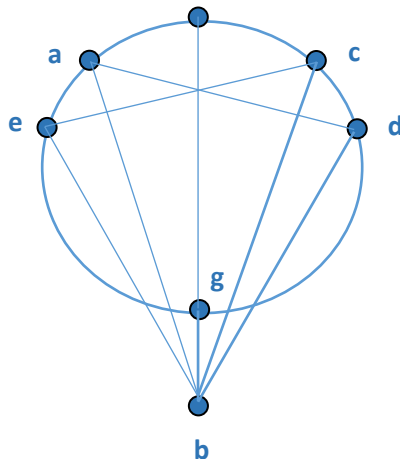


Figura No. 1  
Grafo  $G_1 = (V_1, E_1)$ .

### TEMA 2 (25 puntos)

En base al grafo  $G_1 = (V_1, E_1)$  de la figura No. 1:

- Determinar un circuito Euleriano (Si existe -Enunciar el teorema que justifica la respuesta-).
- Determinar un recorrido Euleriano b-f (Si existe -Enunciar el teorema que justifica la respuesta-).
- Determinar un ciclo Hamiltoniano b-b (Si existe).
- Determinar un camino Hamiltoniano e-c (Si existe).

### TEMA 3 (25 puntos)

Una institución bancaria desea obtener una relación matemática para poder calcular las cuotas fijas (P) que deben pagar mensualmente sus clientes al hacer préstamos por cualquier monto (M), a una tasa de interés, en decimal, por período (i), de tal manera que después de determinados períodos de tiempo (T), medidos en meses y acordados entre la empresa y el cliente, la deuda se haya cancelado.

- Determinar la relación matemática deseada por esta institución bancaria.
- Si la tasa de interés anual aplicada por la institución es del 12.05%, calcular la cuota fija que debe pagar un cliente si presta Q. 16,000.00 pagaderos a 60 meses.

**TEMA 4 (25 puntos)**

Para los símbolos y frecuencias dados en la tabla No. 1 determinar los códigos prefijos óptimos haciendo uso de los “Códigos de Huffman”.

Símbolo	Frecuencia
A	104
B	93
C	85
D	61
E	135
F	44
G	57
H	11
I	142
J	32
K	4

**Tabla No. 1**

Símbolos y frecuencias para codificar.

## SOLUCIÓN DEL EXAMEN

### TEMA 1 (25 puntos)

Aplicar el teorema de Kuratowski para determinar si el grafo  $G_1 = (V_1, E_1)$ , de la figura No. 1, es plano o no.

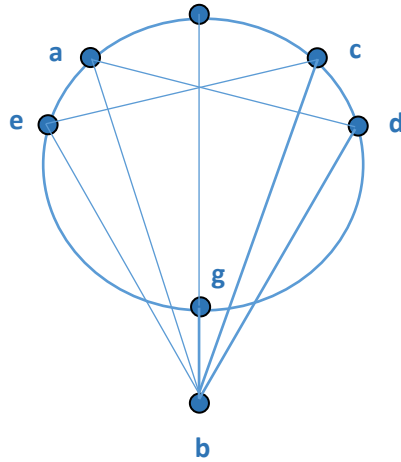


Figura No. 1  
 Grafo  $G_1 = (V_1, E_1)$ .

No.	Explicación
1.	<p>Como primer paso, se buscará dibujar un subgrafo que contenga todos los puntos del grafo original y que no sea homeomorfo (un grafo homeomorfo es aquellos que pueden obtenerse de un mismo grafo).</p> <p>Grafo homeomorfo</p>

2.	Como segundo paso verificamos que el grafo no sea homeomorfo a $K_5$ y $K_{3,3}$  $K_5$ (el grafo completo de 5 vértices) o $K_{3,3}$ (el grafo bipartito completo de 6 vértices).
3.	Como resultado obtenemos que no es un grafo plano

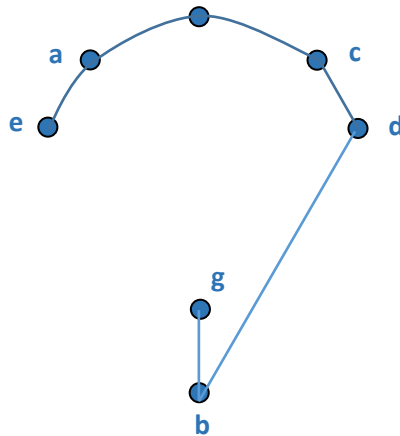
En base al grafo  $G_1 = (V_1, E_1)$  de la figura No. 1:

A. Determinar un circuito Euleriano (Si existe, Enunciar el teorema que justifica la respuesta).

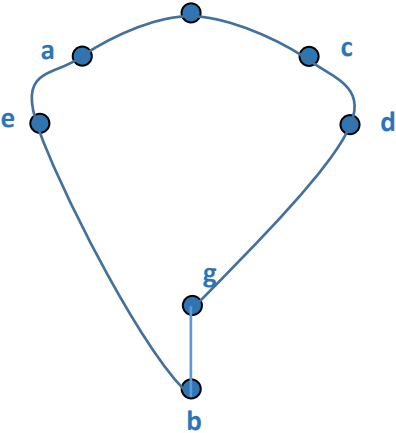
No.	Explicación
1.	Como primer paso, se verificará el grado de los vértices que tiene el grafo, en este caso todos los vértices tienen que ser de grado par.
2.	Paso dos, después del análisis se puede concluir que no todos los vértices son de grado par, entonces no existe un circuito euleriano.

B. Determinar un recorrido Euleriano b-f (Si existe -Enunciar el teorema que justifica la respuesta-).

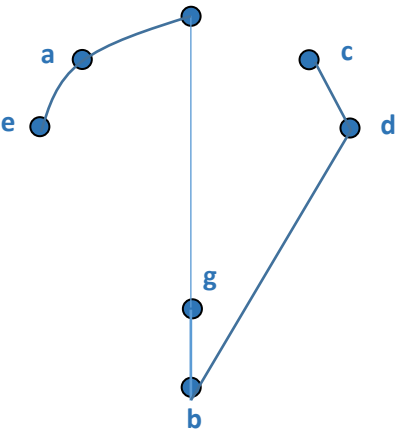
No.	Explicación
1.	Como primer paso, se verificará que como máximo dos vértices sean de grado impar
2.	Paso dos, después del análisis se puede concluir que existe como máximo dos vértices de grado impar, entonces si existe recorrido euleriano.



C. Determinar un ciclo Hamiltoniano b-b (Si existe).

No.	Explicación
1.	Como primer paso, se verificará que se pueda pasar exactamente una vez por cada uno de los vértices del grafo
2.	Paso dos, después del análisis se puede concluir que existe un ciclo hamiltoniano 

D. Determinar un camino Hamiltoniano e-c (Si existe).

No.	Explicación
1.	Como primer paso, se verificará que se pueda pasar exactamente una vez por cada uno de los vértices del grafo
2.	Paso dos, después del análisis se puede concluir que existe un ciclo hamiltoniano 

**TEMA 3 (25 puntos)**

Una institución bancaria desea obtener una relación matemática para poder calcular las cuotas fijas (P) que deben pagar mensualmente sus clientes al hacer préstamos por cualquier monto (M), a una tasa de interés, en decimal, por período (i), de tal manera que después de determinados períodos de tiempo (T), medidos en meses y acordados entre la empresa y el cliente, la deuda se haya cancelado.

A. Determinar la relación matemática deseada por esta institución bancaria.

No.	Explicación	Operatoria
1.	Como primer paso definiremos nuestras condiciones y variables iniciales para la ecuación.	$a_0 = M$ $a_T = 0$ i = tasa de interés en decimal para cada periodo de pago. P = Pago fijo "P"
2.	Como segundo paso encontraremos el pago fijo P en términos de $a_{n+1}$ y $a_n$ .	$a_1 = a_0 + a_0i - P$ $a_1 = a_0(1+i) - P$ $a_1 - a_0(1+i) = -P$ $a_{n+1} - a_n(1+i) = -P \quad n \geq 0 \quad [1]$
3.	Como tercer paso encontramos $a_n^{(h)}$	$a_n^{(h)}$ : $a_{n+1} - a_n(1+i) = 0$ $r - (1+i) = 0$ $r = (1+i)$ $a_n^{(h)} = c(r)^n$ $a_n^{(h)} = c(1+i)^n$
4.	Como cuarto paso encontramos $a_n^{(P)}$	$a_n^{(P)}$ : $a_n^{(P)} = A$ $A - A(1+i) = -P$ $A - A - Ai = -P$ $A = P/i$
5.	Quinto paso, unimos $a_n^{(h)}$ y $a_n^{(P)}$ para encontrar la relación matemática.	$a_n = a_n^{(h)} + a_n^{(P)}$ $a_n = c(1+i)^n + P/i$
6.	Sexto paso, aplicamos valores iniciales para para encontrar las variables restantes.	si $n=0$ entonces $a=M$ $M = c(1+i)^0 + P/i$ $c = (M - P/i)$
7.	Como ultimo paso despejos P para encontrar la relación matemática de los pagos.	si $n=T$ entonces $a=0$ $0 = c(1+i)^T + P/i$ $0 = (M - P/i)(1+i)^T + P/i$

		Despejamos P $R// P = Mi / (1 - (1+i)^{-T})$
--	--	---

B. Si la tasa de interés anual aplicada por la institución es del 12.05%, calcular la cuota fija que debe pagar un cliente si presta Q. 16,000.00 pagaderos a 60 meses.

No.	Explicación	Operatoria
1.	Como primer paso definimos los valores a insertar en la ecuación obtenida en el inciso anterior.	Si $M=16,000$ $i=(0.1205)/12$ $T=60$ meses
2.	Segundo paso, sustituimos los valores y se obtiene el resultado.	$P=(16000)(0.1205/12)/(1 - [1+(0.1205/12)]^{-60})$ $R// P=356.315561$

#### TEMA 4 (25 puntos)

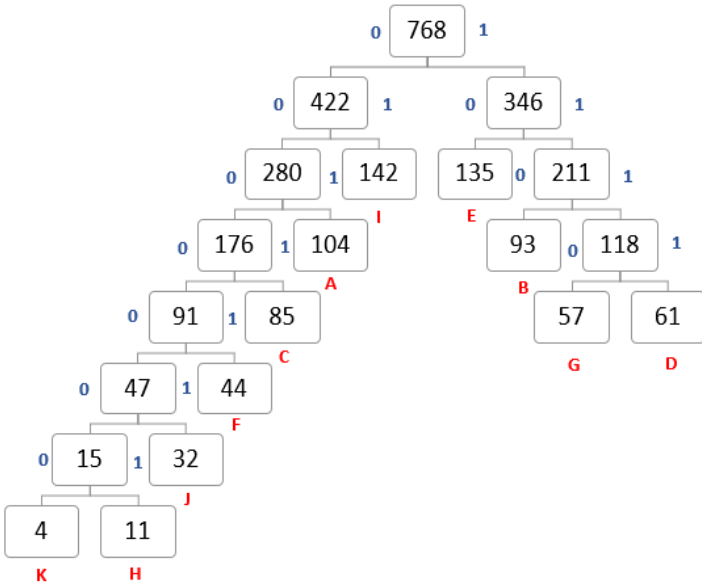
Para los símbolos y frecuencias dados en la tabla No. 1 determinar los códigos prefijos óptimos haciendo uso de los "Códigos de Huffman".

Símbolo	Frecuencia
A	104
B	93
C	85
D	61
E	135
F	44
G	57
H	11
I	142
J	32
K	4

Tabla No. 1

Símbolos y frecuencias para codificar.



No.	Explicación	Operatoria																										
1.	Como primer paso, se debe de obtener la sumatoria total de los valores de las frecuencias correspondientes a los símbolos.	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="889 315 1019 373">Símbolo</th> <th data-bbox="1019 315 1177 373">Frecuencia</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td data-bbox="889 373 1019 432">A</td><td data-bbox="1019 373 1177 432">104</td></tr> <tr><td data-bbox="889 432 1019 491">B</td><td data-bbox="1019 432 1177 491">93</td></tr> <tr><td data-bbox="889 491 1019 550">C</td><td data-bbox="1019 491 1177 550">85</td></tr> <tr><td data-bbox="889 550 1019 609">D</td><td data-bbox="1019 550 1177 609">61</td></tr> <tr><td data-bbox="889 609 1019 667">E</td><td data-bbox="1019 609 1177 667">135</td></tr> <tr><td data-bbox="889 667 1019 726">F</td><td data-bbox="1019 667 1177 726">44</td></tr> <tr><td data-bbox="889 726 1019 785">G</td><td data-bbox="1019 726 1177 785">57</td></tr> <tr><td data-bbox="889 785 1019 844">H</td><td data-bbox="1019 785 1177 844">11</td></tr> <tr><td data-bbox="889 844 1019 903">I</td><td data-bbox="1019 844 1177 903">142</td></tr> <tr><td data-bbox="889 903 1019 961">J</td><td data-bbox="1019 903 1177 961">32</td></tr> <tr><td data-bbox="889 961 1019 1020">K</td><td data-bbox="1019 961 1177 1020">4</td></tr> <tr><td data-bbox="889 1020 1019 1119"></td><td data-bbox="1019 1020 1177 1119"><math>\Sigma=768</math></td></tr> </tbody> </table>	Símbolo	Frecuencia	A	104	B	93	C	85	D	61	E	135	F	44	G	57	H	11	I	142	J	32	K	4		$\Sigma=768$
Símbolo	Frecuencia																											
A	104																											
B	93																											
C	85																											
D	61																											
E	135																											
F	44																											
G	57																											
H	11																											
I	142																											
J	32																											
K	4																											
	$\Sigma=768$																											
2.	Segundo paso, creamos nuestro árbol binario de valores asignando los valores de 0 al lado derecho y 1 al lado izquierdo de cada rama del árbol.																											

3. Obtenemos la codificación al recorrer el árbol escribiendo los 0 y 1 que estén el camino hasta llegar a la letra correspondiente

Símbolo	código
A	001
B	110
C	0001
D	1111
E	10
F	00001
G	1110
H	0000001
I	01
J	000001
K	0000000