Clave-101-1-V-2-00-2019_sP_14

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

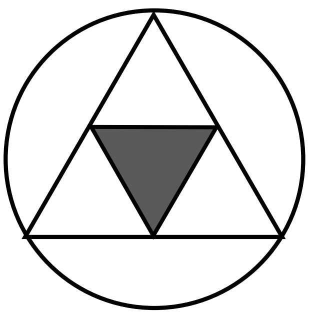
CURSO:	**Matemática Básica 1**
TIPO DE EXAMEN	**Primer Examen Parcial**
AUXILIAR	**Juan Carlos Figueroa Schwartz**
FECHA DE EXAMEN:	**11 de septiembre de 2,019**
SEMESTRE	**Segundo Semestre**
HORARIO DE EXAMEN	**14:50-16:30**
REVISADO POR:	**Ing. Cesar Ovalle**
COORDINADOR:	**Ing. José Alfredo González Díaz**
DIGITALIZADO POR	**Juan Carlos Figueroa Schwartz**

Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Departamento de matemática

Matemática Básica 1
Jornada Vespertina
11 de septiembre de 2019

PRIMER EXMANEN PARCIAL
TEMARIO SK

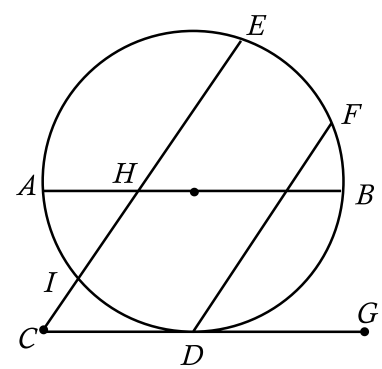
Tema 1 (20 puntos)
Un tanque se llena con dos mangueras, A y B. Si se llena con la manguera A, entonces tarda 22 minutos más que si solo lo hace con la manguera B. Si se utilizan las dos mangueras, el tanque se llena en una hora. ¿Cuánto tiempo requiere cada manguera para llenar el tanque?



Tema 2 (20 puntos)
Calcule el área sombreada, si el radio de la circunferencia es de 6 unidades y los dos triángulos son equiláteros.

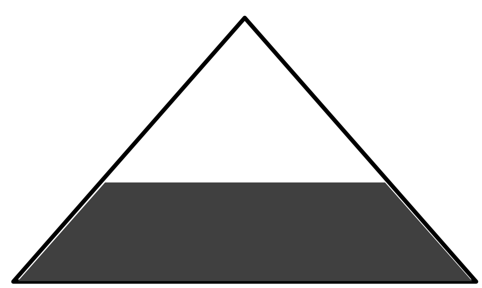
Tema 3 (20 puntos)
En la figura que se presenta, el segmento $\overline{AB}$ es el diámetro del círculo y es paralelo al segmento $\overline{CG}$. Los segmentos $\overline{CE}$ y $\overline{DF}$ son paralelos. Además, el ángulo $\measuredangle FDG = 60°$, el arco $\widehat{DB} = 90°$ y el arco $\widehat{EF} = 55°$. Calcule las magnitudes de:

a. El arco $\widehat{FB}$.
b. El ángulo $\measuredangle EHB$.
c. El arco $\widehat{AI}$.
d. El arco $\widehat{ID}$.



Tema 4 (20 puntos)
La figura adjunta muestra un triángulo isósceles de 5 centímetros de altura vertical, inscrito en otro triángulo isósceles cuya base horizontal mide 12 centímetros y cuyos lados iguales miden 10 centímetros. Determine:

a) Las longitudes de los lados del triángulo inscrito.
b) La altura del trapecio sombreado.
c) El área del trapecio.

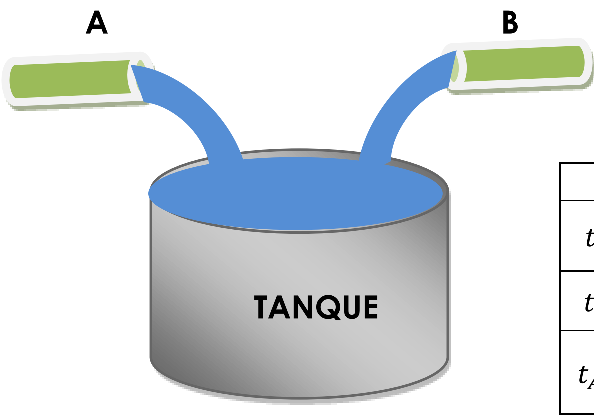


Tema 5 (20 puntos)
Resuelva como corresponda en cada caso:

$$\boldsymbol{a})\ \sqrt{x+5} = \sqrt[4]{4x+65} \qquad \boldsymbol{b})\ \frac{9}{2x+4} \leq \frac{13}{2x+8}$$

SOLUCIÓN DEL EXAMEN

Tema 2 (KW) - Tema 1 (SK): (20 puntos)

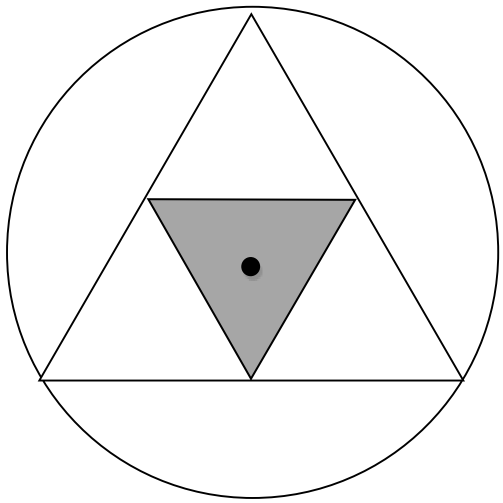


$\textbf{Datos y Variables}$		
t_A	$Tiempo\ de\ llenado\ con\ son\ solo\ manguera\ A$	$x + 22$
t_B	$Tiempo\ de\ llenado\ con\ son\ solo\ manguera\ B$	x
t_{AB}	$Tiempo\ de\ llenado\ con\ ambas\ mangueras\ A\ y\ B$	$60\ min$

1.	Para encontrar los tiempos de llenado de cada manguera se construye el modelo algebraico del trabajo compartido. Donde la unidad de tiempo que realiza el trabajo la manguera "A" más la unidad de tiempo que realiza el trabajo la manguera B es igual a la unidad de tiempo que realiza el trabajo ambas mangueras.	$\frac{1}{t_A} + \frac{1}{t_B} = \frac{1}{t_{AB}}$
2.	Se remplazan las variables correspondientes.	$\frac{1}{x+22} + \frac{1}{x} = \frac{1}{60}$
3.	Se realizan los procedimientos algebraicos para despejar la variable "x".	$\frac{x}{x(x+22)} + \frac{(x+22)}{x(x+22)} = \frac{1}{60}$
		$\frac{2x+22}{x(x+22)} = \frac{1}{60}$
		$(60)(2x+22) = x(x+22)$
4.	Se estructura la ecuación cuadrática resultante.	$120x + 1{,}320 = x^2 + 22x$

		$x^2 - 98x - 1320 = 0$
5.	Se resuelve la ecuación cuadrática por medio de la formula cuadrática.	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{-(-98) \pm \sqrt{(-98)^2 - 4(1)(-1320)}}{2(1)}$
6.	Del resultado, se descarta el valor de x negativo (x=-12) ya que el tiempo no puede ser negativo. Por lo que el valor de “x” es 100 min.	$x_1 = 110$ $x_2 = -12$ $x = 110\ min$
7.	Se remplaza el valor “x” para encontrar los tiempo de llenado de cada manguera, A y B.	$t_B = 110\ min$ $t_A = 110 + 22\ min$ $t_A = 132\ min$
	RESPUESTA	$t_A = 132\ min$ $t_A = 2\ horas\ y\ 12\ min$ $t_B = 110\ min$ $t_B = 1\ hora\ y\ 50\ min$

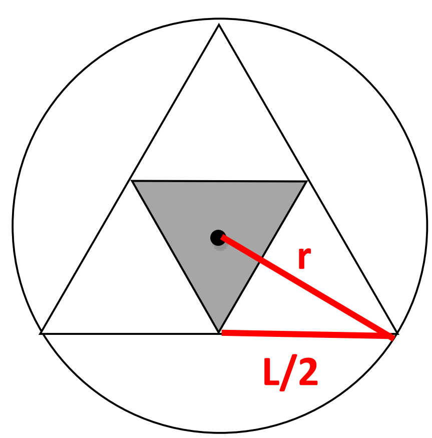
Tema 4 (KW) – Tema 2 (SK): (20 puntos)



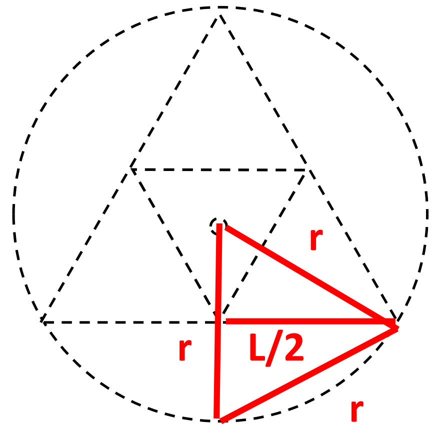
Datos y Variables		
r	*Radio de la circunferencia*	$6\,u$

1.	El sombreada representa un triángulo equilátero boca abajo. Se establécela la ecuación del área sombreada que se desea encontrar.	$A_s = \frac{1}{2}h_s b_s$
2.	Al tratarse de un triángulo equilátero la ecuación del área sombreada se simplifica en función de solo uno de los lados del triángulo equilátero mediante la ecuación para encontrar la altura.	$h_s = \frac{\sqrt{3}}{2}l_s$ $A_s = \frac{1}{2}(\frac{\sqrt{3}}{2}l_s)l_s$ $A_s = \frac{\sqrt{3}}{4}{l_s}^2$

3.	Para encontrar la magnitud de un lado del triángulo sombreado se analiza el triángulo más grande inscrito en la circunferencia. Para esto se localizan el radio del circulo y un medio del lado base.

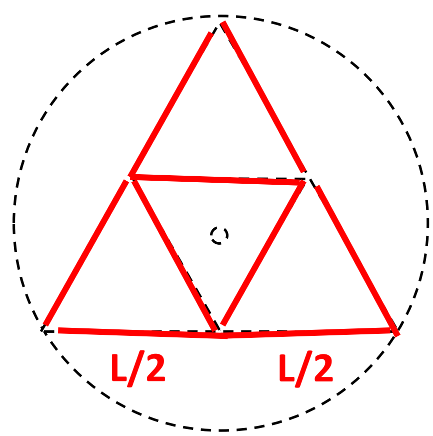


4.	Se forma un nuevo triangulo con base en dirección vertical donde un vértice se encuentra el centro y los otros vértices son tangentes a la circunferencia.



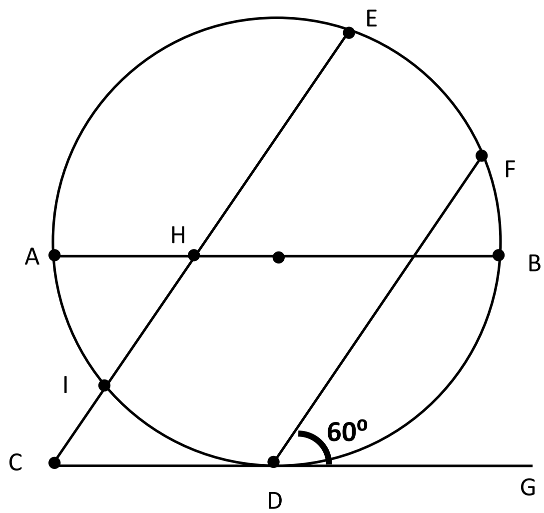
5.	Del triángulo nuevo se determina que la los lados son equivalentes al radio de la circunferencia y un medio de la base del triángulo grande es equivalente a la altura del nuevo triángulo formado.	$h_n = \frac{L}{2}$ $l_n = r$
6.	Se utiliza la ecuación de la altura del triángulo equilátero nuevo.	$h_n = \frac{\sqrt{3}}{2} l_n$
7.	Se remplazan las variables de lado y altura y se despeja para encontrar la relación entre el lado del triángulo más grande y el radio de la circunferencia.	$\frac{L}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} r$
		$L = \sqrt{3}\, r$
8.	Se remplaza el valor del radio de la circunferencia para encontrar el valor del lado del triángulo más grande inscrito en la circunferencia.	$L = \sqrt{3}\,(6)$
		$L = 6\sqrt{3}$

9.	En el triángulo más grande inscrito en la circunferencia se forman 4 triángulos equiláteros de lados iguales, incluyendo el triángulo sombreado. Por consecuente cualquier lado de uno de los triángulos internos es igual a un lado del triángulo sombreado.



10.	La mitad de la base del triángulo más grande inscrito es igual a un lado de los triángulos internos	$\frac{L}{2} = l$
11.	Remplazando el valor del lado "L" se obtiene el valor de un lado de los triángulos internos.	$\frac{6\sqrt{3}}{2} = l$
		$l = 3\sqrt{3}$
12.	Los triángulos internos al ser iguales en dimensiones, se establece que el lado del triángulo sombreado es igual a uno de los lados de los triángulos internos.	$l = l_s$
		$l_s = 3\sqrt{3}$
13.	Con el valor del lado del triángulo sombreado, se remplaza en la ecuación del Área del triángulo sombreado.	$A_s = \frac{\sqrt{3}}{4} {l_s}^2$
		$A_s = \frac{\sqrt{3}}{4} (3\sqrt{3})^2$
	RESPUESTA	$A_s = 11.69\ u^2$

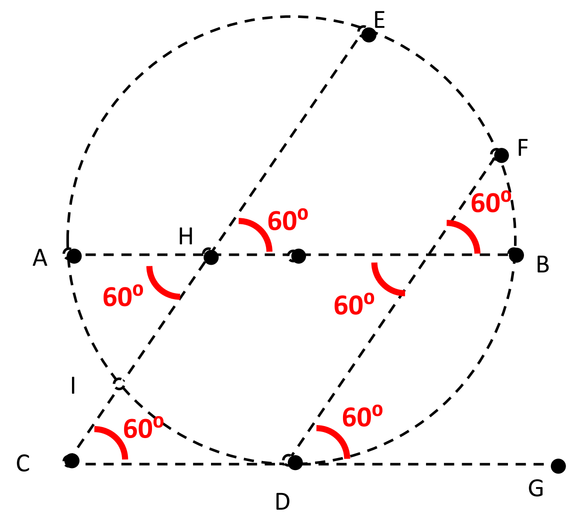
Tema 5 (KW) – Tema 3 (SK): (20 puntos)



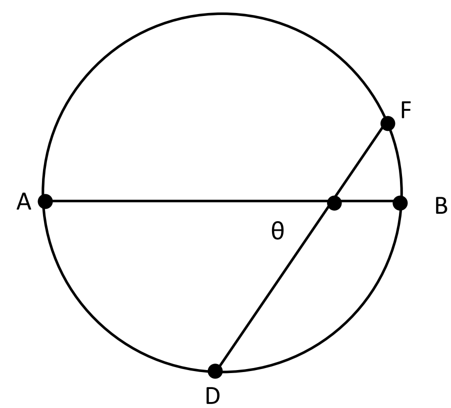
Datos y Variables		
$\overline{AB}//\overline{CG}$	*Segmentos paralelos*	
$\overline{CE}//\overline{DF}$		
$\measuredangle FDG$	*Angulo entre segmentos*	60^o
$\widehat{DB}$	*Arco*	90^o
$\widehat{EF}$		55^o
$\widehat{AD}$		90^o

1.	Mediante los fundamentos de ángulos y rectas paralelas, se determina que ángulos tienen igual magnitud a $\measuredangle FDG$.

θ



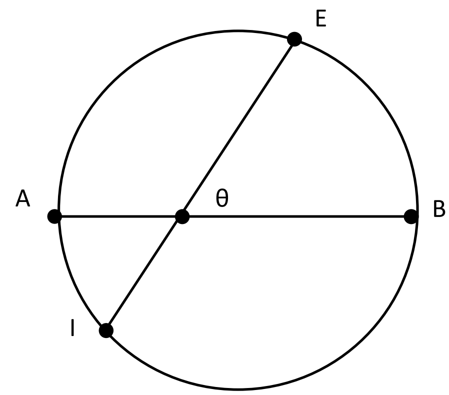
2.	**a.)** Para encontrar el Arco $\widehat{FB}$ se analiza el angulo "θ=60º" formado por las secantes de los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{DF}$ que se intersectan.



3.	Se utiliza la ecuación que analiza los segmentos que se intersectan y los arcos dentro de la circunferencia.	$\theta = \frac{1}{2}(\widehat{AD} + \widehat{FB})$

4.	Se despeja el arco $\widehat{FB}$ de la ecuación y se remplazan los valores para obtener el resultado.	$\widehat{FB} = 2\theta - \widehat{AD}$
		$\widehat{FB} = 2(60) - (90)$
		$\widehat{FB} = 30^0$
5.	**b.)** Para determinar el ángulo $\measuredangle EHB$ se observa que mediante el análisis de los angulos de rectas paralelas y transversales, $\measuredangle EHB$ es igual a $\measuredangle FDG$	$\measuredangle EHB = 60^0$

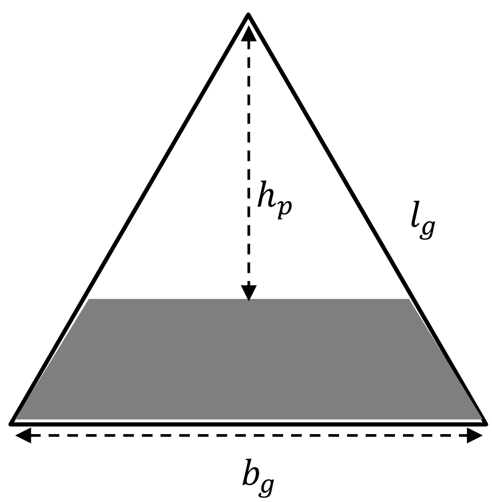
6.	**c.)** Para encontrar el Arco $\widehat{AI}$ se analiza el angulo "θ=60º" formado por las secantes de los segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{IE}$ que se intersectan.



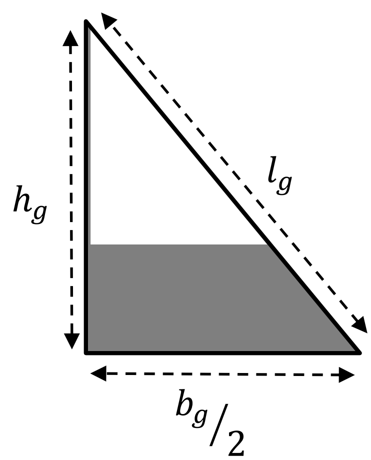
7.	Se utiliza la ecuación que analiza los segmentos que se intersectan y los arcos dentro de la circunferencia .	$\theta = \frac{1}{2}(\widehat{EB} + \widehat{AI})$
8.	El arco $\widehat{EB}$ se encuentra mediante la suma del arco $\widehat{FB}$ mas el arco $\widehat{EF}$.	$\widehat{EB} = \widehat{FB} + \widehat{EF}$
		$\widehat{EB} = 30 + 55$
		$\widehat{EB} = 85^0$
9.	Se remplazan los valores para obtener el resultado.	$60 = \frac{1}{2}(85 + \widehat{AI})$
		$\widehat{AI} = 2(60) - (85)$
		$\widehat{AI} = 35^0$
10.	**d.)** Para determinar el arco $\widehat{ID}$ se resta el arco $\widehat{AD}$ menos el arco $\widehat{AI}$.	$\widehat{ID} = \widehat{AD} - \widehat{AI}$
		$\widehat{ID} = 90 - 35$
		$\widehat{ID} = 55^0$

	RESPUESTA	$\widehat{FB} = 30^0$ $\sphericalangle EHB = 60^0$ $\widehat{AI} = 35^0$ $\widehat{ID} = 55^0$

Tema 3 (KW) – Tema 4 (SK): (20 puntos)



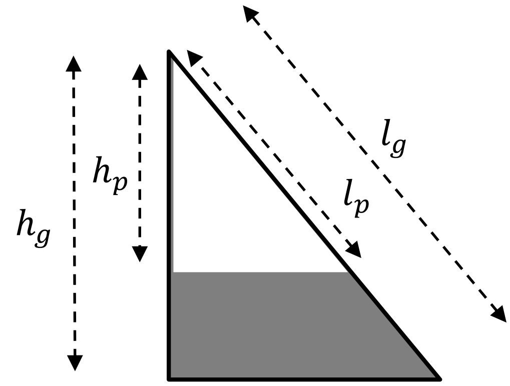
Datos y Variables		
h_p	*Altura del triangulo inscrito*	$5\ cm$
b_g	*Base del triangulo exterior*	$12\ cm$
l_g	*Lados del triangulo exterior*	$10\ cm$



1.	Se procede a encontrar la altura del triángulo exterior. Al ser un triángulo isósceles se utiliza el teorema de Pitágoras.

2.	Se usa el teorema de Pitágoras para encontrar la altura del triángulo exterior.	$l_g{}^2 = h_g{}^2 + {b_g/2}^2$
		$h_g = \sqrt{l_g{}^2 - {b_g/2}^2}$
		$h_g = \sqrt{(10)^2 - (\frac{12}{2})^2}$
		$h_g = 8\ cm$

3.	a.) Para determinar un lado del triángulo inscrito se utiliza el teorema de triángulos semejantes.



4.	Con los valores de la altura y lado de ambos triángulos, se utilizan para hacer la relación de semejanza de triángulos.	$\frac{l_p}{l_g} = \frac{h_p}{h_g}$
		$l_p = \frac{h_p * l_g}{h_g}$
		$l_p = \frac{(5)(10)}{(8)}$
		$l_p = 6.25\ cm$
5.	**b.)** La altura del trapecio se determina mediante la resta de la altura del trapecio externo y del inscrito.	$h_T = h_g - h_p$
		$h_T = (8) - (5)$
		$h_T = 3\ cm$
6.	**c.)** Para el área del trapecio se requiere se requiere de la base inferior, siendo la base del triángulo inscrito.	$A_T = \frac{1}{2} h_T (b_{1+} b_2)$
		${l_p}^2 = {h_p}^2 + {{}^{b_p}/_2}^2$

7.	Se utiliza el teorema de Pitágoras para encontrar la base del triángulo inscrito.	$b_p = 2\sqrt{{l_p}^2 - {h_p}^2}$ $b_p = 2\sqrt{(6.25)^2 - (5)^2}$ $b_p = 7.5\ cm$
8.	Con la base superior se encuentra el área del trapecio.	$A_T = \frac{1}{2}(3)(7.5 + 12)$ $A_T = 29.25\ cm^2$
	RESPUESTA	$l_p = 6.25\ cm$ $h_T = 3\ cm$ $A_T = 29.25\ cm^2$

Tema 1 (KW) – Tema 5 (SK): (20 puntos)

a.) $\sqrt{x+5} = \sqrt[4]{4x+65}$

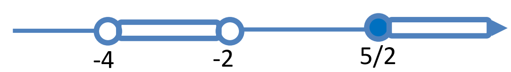
1.	Se eleva ambos lados de la ecuación a la cuarta potencia.	$\left(\sqrt{x+5}\right)^4 = (\sqrt[4]{4x+65})^4$ $(x+5)^2 = 4x+65$
2.	Se realiza el procedimiento algebraico para simplificar la expresión a una cuadrática.	$x^2 + 10x + 25 = 4x + 65$ $x^2 + 6x - 40 = 0$
3.	Se resuelve la ecuación cuadrática por medio de la formula cuadrática. El valor $x_2 = -10$ no puede ser un resultado debido a la contradicción en las raíces.	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{-(6) \pm \sqrt{(6)^2 - 4(1)(-40)}}{2(1)}$ $x_1 = 4$ $x_2 = -10$
	RESPUESTA	$x = 4$

b.) $\dfrac{9}{2x+4} \leq \dfrac{13}{2x+8}$

1.	Se despeja un lado de la desigualdad para que sea igual a 0.	$\dfrac{9}{2x+4} - \dfrac{13}{2x+8} \leq 0$
2.	Se simplifica las expresiones fraccionarias para poder encontrar el conjunto de intervalos.	$\dfrac{9(2x+8) - 13(2x+4)}{(2x+4)(2x+8)} \leq 0$ $\dfrac{18x + 72 - 26x - 52}{(2x+4)(2x+8)} \leq 0$ $\dfrac{-8x + 20}{(2x+4)(2x+8)} \leq 0$
3.	Se simplifica la expresión fraccionaria teniendo cuidado en como afectara despejar un signo en el signo de la desigualdad	$\dfrac{-4(2x-5)}{4(x+2)(x+4)} \leq 0$ $\dfrac{2x-5}{(x+2)(x+4)} \geq 0$
4.	Se establecen los factores.	$2x - 5$ $x + 2$ $x + 4$
5.	Se encuentran los valores igualando a cero los factores.	$x = {}^{5}/_{2}$ $x = -2$ $x = -4$

6.	Con los valores representando los puntos críticos de los intervalos, se construye la tabla de los signos de cada factor en cada intervalo	

	(5)	-4	(-3)	-2	(0)	5/2	(3)
$2x-5$	(-)		(-)		(-)		(-)
$x+2$	(-)		(-)		(-)		(-)
$x+4$	(-)		(+)		(-)		(-)
$\dfrac{2x-5}{(x+2)(x+4)}$	(-)		(+)		(-)		(+)

<table>
<tr><td>7.</td><td>Analizando los signos del producto de cada columna de signos, se determina los intervalos donde se cumple la desigualdad.</td><td>$(-4,-2)U(^5/_2,\infty)$</td></tr>
<tr><td>8.</td><td>Se analizan los puntos de los intervalos solución. Los puntos $x=-2$ y $x=-4$ no pueden ser soluciones por ser factores en el denominador de la expresión. Mientras que el punto $x={}^5/_2$ si puede ser una solución debido al poder ser la desigualdad mayor o igual que 0.</td><td>$(-4,-2)U[^5/_2,\infty)$</td></tr>
<tr><td rowspan="3"></td><td rowspan="3">RESPUESTA</td><td>$(-4,-2)U[^5/_2,\infty)$</td></tr>
<tr><td>$\{x \mid -4<x<-2 \ y \ x \geq {}^5/_2\}$</td></tr>
<tr><td>
</td></tr>
</table>