PROYECTO No. 1

Fecha de entrega: viernes 25 de septiembre de 2020

Introducción:

Este proyecto tiene como objetivo familiarizar al estudiante del curso Matemática básica 1 con el uso de un sistema algebraico por computadora en la solución de problemas algebraicos. Entre los programas que pueden ser utilizados para este propósito están: Scientific Notebook, Mathematica, Maple, MatLab, GeoGebra y Python. El estudiante puede utilizar el programa que considere conveniente.

Las actividades que el estudiante debe desarrollar en este proyecto se presentan en tres problemas. En el primero de ellos se aborda la solución de ecuaciones utilizando métodos gráficos y métodos computacionales. En el segundo problema el estudiante debe utilizar sus conocimientos de precálculo así como la tecnología para resolver un problema de modelado aplicado a la geometría. En el tercer y último problema también se aborda un problema de geometría, pero en una situación en la que se introduce al estudiante al concepto de series, que será abordado con mayor detalle en cursos posteriores. El proyecto deberá realizarse en parejas.

Problema 1: Solución de ecuaciones

Una ecuación con una incógnita de la forma

$$f(x) = g(x)$$

Puede resolverse en forma aproximada utilizando el procedimiento siguiente:

1. Exprese la ecuación en la forma $F(x) = f(x) - g(x) = 0$
2. Dibuje la representación gráfica de la función $F(x)$
3. Las soluciones de la ecuación se encuentran en los valores en donde la gráfica interseca al eje x. Para encontrar estos valores con la precisión requerida pueden hacerse ampliaciones sucesivas en los puntos de intersección, hasta que tengamos la solución con tantos decimales como sea necesario.

Para las ecuaciones dadas:

i) Utilice el procedimiento descrito para encontrar las soluciones de cada ecuación con al menos dos decimales exactos.

ii) Encuentre las soluciones exactas de las ecuaciones utilizando los comandos apropiados del programa de cómputo utilizado.

1.1 $$3 - x = \frac{1}{x^2+1}$$

1.2 $$\sqrt{\frac{2x-5}{x-3}} + \sqrt{\frac{x-3}{2x-5}} = \frac{11}{2}$$

1.3 $$14x - x^7 = 7$$

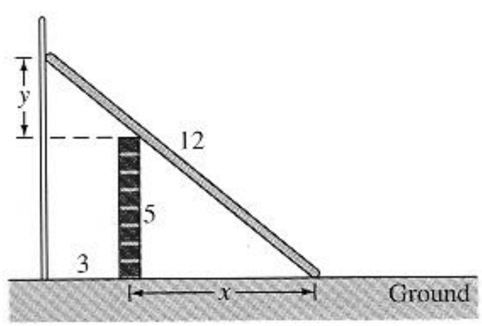
1.4 $$|x-1| + |x-3| + |x+1| + |x+3| = 6$$

1.5 Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones dibujando en el mismo sistema de coordenadas las representaciones gráficas de las ecuaciones y luego haciendo aproximaciones hasta obtener las coordenadas aproximadamente exactas de todos los puntos de intersección.

$$4(x-1)^2 + 9y^2 = 36$$
$$(x+3)^2 + (y-1)^2 = 4$$

Problema 2: Geometría y solución de un sistema de ecuaciones

La figura muestra una escalera de 12 pies de largo recargada sobre una pared de 5 pies de altura y que llega hasta una pared localizada a 3 pies de la pared. Se quiere determinar la distancia x desde la base de la escalera hasta la parte inferior de la pared.



2.1 Aplique el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo grande de la figura para obtener la ecuación

$$(x+3)^2 + (y+5)^2 = 144$$

que es la ecuación de una circunferencia con centro en $(-3, 5)$ y radio 12.

2.2 Observe que los dos triángulos pequeños son semejantes. Utilice el hecho anterior para obtener la ecuación

$$xy = 15$$

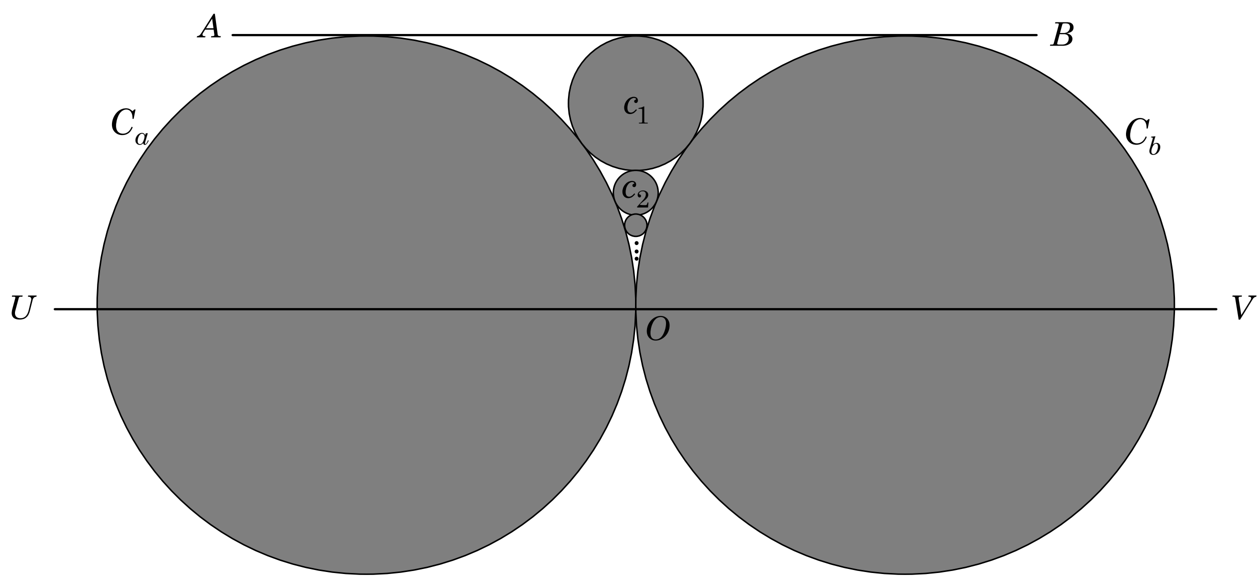
2.3 Utilice su programa para dibujar en una misma ventana la representación gráfica de las dos ecuaciones. Observe que la solución del sistema de ecuaciones puede encontrarse aproximadamente determinando las coordenadas de los puntos de intersección de las gráficas.

2.4 Haga aproximaciones sucesivas para determinar las coordenadas de los puntos de intersección con dos cifras decimales.

2.5 Utilice los comandos apropiados de su programa de cómputo para resolver el sistema de ecuaciones.

Problema 3: Un problema de los círculos tangentes

Considere la figura siguiente



Las dos circunferencias $C_a \; y \; C_b$ tienen radio igual a 1 y son tangentes en el punto O, el segmento AB es tangente a ambas circunferencias. El segmento UV, pasa por el centro de $C_a \; y \; C_b$. La circunferencia C_1es tangente a las circunferencias $C_a \; y \; C_b$ y al segmento AB. La circunferencia C_2 es tangente a las circunferencias $C_a \; y \; C_b$ y a la circunferencia C_1. La circunferencia C_3 es tangente a las circunferencias $C_a \; y \; C_b$ y a la circunferencia C_2. Ahora imagine que siguiendo el mismo procedimiento se forman infinitas circunferencias tangentes a $C_a \; y \; C_b$y a la circunferencia anterior.

2.1 Muestre utilizando el teorema de Pitágoras que el diámetro de la circunferencia C_1es igual a $1/2$

2.2 Muestre que el diámetro de la circunferencia C_2 es igual a $1/6$.

2.3 Observe que la suma de los diámetros de las circunferencias $C_1 \; y \; C_2$ puede expresarse como

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{1}{1(2)}+\frac{1}{2(3)}$$

Observando la suma anterior, obtenga una expresión para la suma de los primeros 6 diámetros de las circunferencias generadas.

2.4 ¿Cuál es el valor de la suma infinita de todos los diámetros?

Referencias

[1] Edwards y Penney. *Cálculo Con Geometría Analítica*. Séptima edición, Pearson-Prentice Hall.

[2] Castillo Miguel. *Instructivo para el Taller de Matemática Básica 1.* Segunda edición, Editorial Estudiantil Fenix.

[3] Stewart J. Redlin L. Watson S. *Precálculo.* Octava edición. Cengage Learning.

[4] Saquimux J. *Geometría de Precálculo*.