

Proyecto 1

Fecha de entrega: miércoles 21 de abril de 2021

Introducción:

El desarrollo de proyectos de grupo formado por 3 integrantes, es importante en la formación del estudiante ya que le permite interactuar con sus compañeros en la solución de problemas, los cuales requieren el uso de tecnología para su solución.

Para resolver los problemas, el grupo de estudiantes debe realizar un análisis matemático así como realizar los cálculos utilizando el software que consideren conveniente. Entre los programas que puede utilizar están: Scientific Notebbok, Mathematica, Maple, derive, Mathlab, etc.

El informe debe ser presentado utilizando un procesador de textos, en cuyo caso deben importarse los resultados del programa matemático o bien editando completamente el informe con el editor que incluyen algunos programas como Scientific Notebook, Mathematica, Maple etc.

Sistemas resorte/masa.

- a. Demuestre que la solución del problema con valores iniciales

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = F_0 \cos \gamma t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$$

Es

$$x(t) = \frac{F_0}{\omega^2 - \gamma^2} (\cos \gamma t - \cos \omega t)$$

b. Evalúe

$$\lim_{\gamma \rightarrow \omega} \frac{F_0}{\omega^2 - \gamma^2} (\cos \gamma t - \cos \omega t)$$

c. Compare el resultado obtenido en el inciso b. con la solución obtenida usando variación de parámetros cuando la fuerza externa es $F_0 \cos \omega t$.

d. Demuestre que $x(t)$ dada en el inciso a. se puede escribir de la forma:

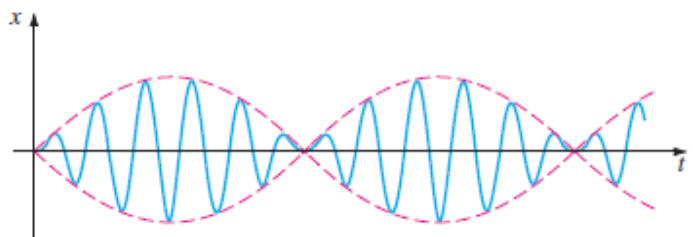
$$x(t) = \frac{-2F_0}{\omega^2 - \gamma^2} \sin \frac{1}{2}(\gamma - \omega)t \sin \frac{1}{2}(\gamma + \omega)t$$

e. Si se define $\varepsilon = \frac{1}{2}(\gamma - \omega)$, demuestre que cuando ε es pequeña, una solución aproximada es:

$$x(t) = \frac{F_0}{2\varepsilon\gamma} \sin \varepsilon t \sin \gamma t$$

Cuando ε es pequeña, la frecuencia $\gamma/2\pi$ de la fuerza aplicada es cercana a la frecuencia $\omega/2\pi$ de vibraciones libres. Cuando esto ocurre, el movimiento es como se indica en la figura.

Las oscilaciones de esta clase se llaman **pulsaciones** y se deben al hecho de que la frecuencia de $\sin \varepsilon t$ es bastante pequeña en



comparación con la frecuencia de $\sin \gamma t$. Las curvas punteadas o envoltura de la gráfica de x , se obtienen de las gráficas de $\pm(F_0/2\varepsilon\gamma) \sin \varepsilon t$, Use un programa de graficación para trazar gráficas con 5 valores diferentes de F_0 , ε y γ para comprobar la gráfica.

Referencias

- a. **Ecuaciones Diferenciales** con problemas de valores en la frontera. Dennis G. Zill. Novena Edición.
- b. **MATEMÁTICAS AVANADAS PARA INGENIERIA**. Dennis G. Zill, Warren Wright. CUARTA EDICIÓN. Editorial Mc Hall Hill.