

PROYECTO 1

Fecha de entrega: lunes 5 de octubre de 2,020.

Introducción

Este proyecto debe realizarse a mano y ser presentado de acuerdo al reglamento publicado en la página del departamento de matemática de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala. (<http://mate.ingenieria.usac.edu.gt>)

Campos direccionales generados por computadora y curvas solución

Se halla disponible una extensa variedad de sistemas de álgebra por computadora (SAC) que permiten automatizar la construcción de campos direccionales y curvas solución como lo hacen algunas calculadoras graficadoras.

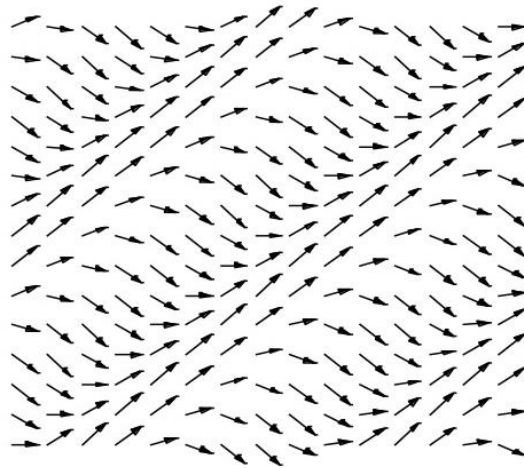


Figura 1

Campo direccional para la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = \text{sen}(x - y)$$

generado por medio de un SAC.

Investigación A

Graficar el campo direccional, aplicando el método de isoclinas, para la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = \text{sen}(x - y),$$

Utilizar una ventana para la gráfica comprendida en los siguientes intervalos

$$-10 \leq x \leq 10, \quad -10 \leq y \leq 10,$$

Trazar curvas solución en los puntos (1,2), (4,-3), (-5,-4).

- Sustituir $y = ax + b$ en la ecuación diferencial para determinar cómo deben ser los coeficientes a y b para obtener una solución.
- Un sistema de álgebra por computadora proporciona la solución general

$$y(x) = x - 2 \tan^{-1} \left(\frac{x - 2 - C}{x - C} \right).$$

Graficar esta solución para algunos valores de la constante C y comparar las curvas solución resultantes con las presentadas en la figura 1.

¿Existen valores de C que conduzcan a la solución lineal $y = x - \pi/2 = 0$ correspondiente a la condición inicial $y(\pi/2) = 0$?

¿Existen valores de C para los cuales la curva solución se acerca a esta línea recta?

Investigación B

Para realizar su propia investigación, considerar que n es el dígito mayor que 1, más pequeño en su número de carnet, y por medio de la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{n} \cos(x - ny).$$

- Investigar, con el inciso (a) de la investigación A, la posibilidad de líneas rectas como soluciones.
- Generar un campo direccional para esta ecuación diferencial, con la ventana seleccionada de tal manera que pueda dibujar alguna de estas líneas rectas, además de un número suficiente de curvas solución no lineales, tal que se pueda realizar una conjetura acerca de qué le sucede a $y(x)$ cuando $x \rightarrow \infty$. Realizar su inferencia tan completamente como sea posible. Dado el valor inicial $y(0) = y_0$ intentar predecir (tal vez en términos de y_0) el comportamiento de $y(x)$ cuando $x \rightarrow \infty$.
- Un sistema de álgebra en computadora proporciona la solución general

$$y(x) = \frac{1}{n} \left[x + 2 \tan^{-1} \left(\frac{1}{x - c} \right) \right].$$

¿Se puede establecer relación entre esta solución simbólica y sus curvas solución gráficas (líneas rectas o curvas)?

Bibliografía

ECUACIONES DIFERENCIALES con problemas con valores en la frontera. Novena edición. Dennis Zill. Editorial CENGAGE.

ECUACIONES DIFERENCIALES con problemas con valores en la frontera. Cuarta edición. C. Henry Edwards y David E. Penny.