PROYECTO No. 2

Secciones K, P, U, X, y Z

Fecha de entrega: viernes 23 de abril de 2021

Introducción:

Este proyecto tiene como objetivo familiarizar al estudiante del curso Matemática básica 1 con el uso de un sistema algebraico por computadora en la solución de problemas algebraicos. Entre los programas que pueden ser utilizados para este propósito están: Scientific Notebook, Mathematica, Maple, MatLab, GeoGebra y Python. El estudiante puede utilizar el programa que considere conveniente.

Las actividades que el estudiante debe desarrollar en este proyecto se presentan en tres problemas. En el primero de ellos se aborda la fuerza de carga de un puente usando modelos de regresión lineal. En el segundo problema el estudiante debe utilizar sus conocimientos de precálculo así como la tecnología para modelar la propagación del COVID-19 en dos países en los primeras días de la pandemia. En el tercer y último problema se aborda un problema de trigonometría al estudiar un problema de masa-resorte. El proyecto deberá realizarse en parejas.

Problema No. 1. Ciencia de los puentes

OBJETIVO: Experimentar el proceso de recopilación de datos y luego analizarlos mediante regresión lineal.

Si desea construir un puente, ¿cómo puede estar seguro de que será lo suficientemente fuerte como para soportar los autos que lo cruzarán? No querrá simplemente construir uno y esperar lo mejor. Los modelos matemáticos de las fuerzas que se espera que experimente el puente pueden ayudarnos a determinar la fuerza del puente antes de construirlo.

El colapso de puente más famoso de la historia moderna es el del primer puente de Tacoma Narrows en el estado de Washington. Desde el día de su inauguración, el 1 de julio de 1940, el puente exhibió un comportamiento extraño. En los días ventosos se balanceaba hacia arriba y hacia abajo; los conductores verían desaparecer y reaparecer los automóviles que se acercaban a medida que se formaban baches y salientes en movimiento en la calzada. Los lugareños apodaron el puente "Galloping Gertie". El día de su colapso, el 7 de noviembre de 1940, hubo un viento particularmente fuerte y el puente comenzó a balancearse violentamente. Para ver un video del colapso del puente, busque en YouTube el colapso del puente de Tacoma Narrows.

Colapso del puente Tacoma Narrows

Imagen tomada de Flicker, usuario Pri's Studio 360, disponible en:
https://www.flickr.com/photos/studio360/1150744368

En este proyecto realizaremos un experimento en puentes de papel sencillos, generando datos sobre su resistencia. Luego usaremos regresión lineal para analizar los datos.

I. Preparación del experimento

En este experimento, construirá puentes con papel y usará monedas de un centavo (o de 5 o de 10 centavos) como pesos para determinar qué tan fuerte es cada puente.

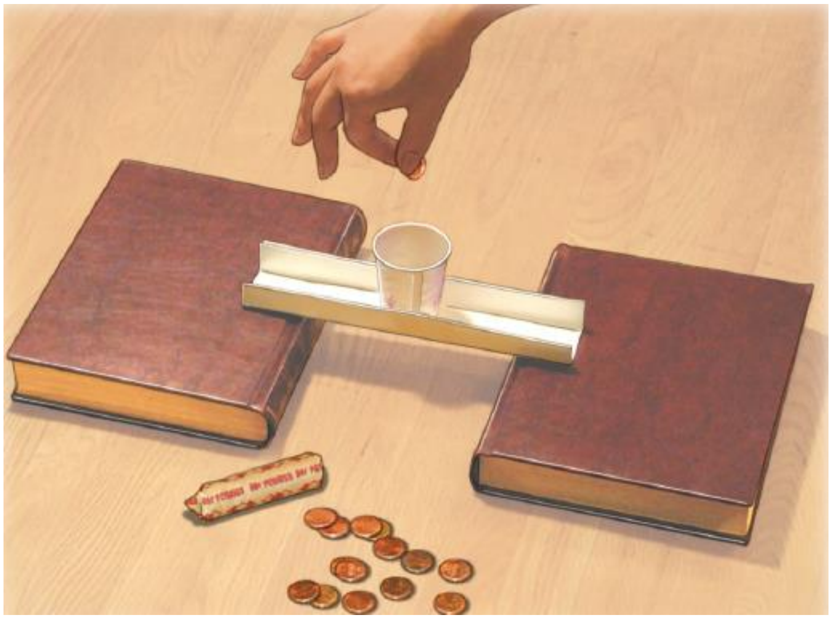
Necesitará:

- 12 hojas de papel tamaño carta cortadas por la mitad a lo largo.
- 100 monedas (de 1, 5 o 10 centavos, pero que sean todas de la misma denominación). Puede utilizar otro tipo de objetos, siempre y cuando sean pequeños, de peso similar a las monedas y todos con el mismo peso y forma.
- 2 libros que tengan el mismo grosor.
- 1 vaso de papel pequeño.

Procedimiento:

1. Divida el papel en tres secciones de tamaño igual a lo largo, y doble las secciones exteriores de manera que se forme un canal o "viga en U" (ver la figura). Estas "vigas en U" de papel se utilizarán para construir los puentes.

2. Suspenda una o más vigas en U (anidadas una dentro de la otra si está usando más de una) a través del espacio entre los libros, como se muestra en la figura, y centre el vaso de papel en el puente. Debe haber aproximadamente 20 cm de espacio entre los libros.



Esquema del experimento

Imagen: James Stewart, stewartmath.com

3. Una por una, ponga las monedas (u objetos iguales) en el vaso hasta que el puente se derrumbe. Llamaremos a la cantidad de centavos que se necesitan para hacer que el puente colapse **la fuerza de carga** del puente.

II. Recolectando los datos

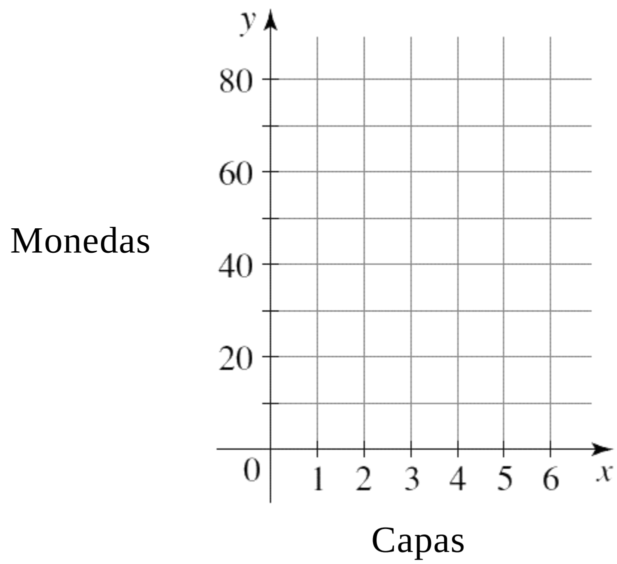
1. Determine la resistencia de carga para puentes de 1, 2, 3, 4 y 5 capas de espesor. Asegúrese de usar nuevas vigas en U para construir cada puente, ya que las vigas en U de los puentes colapsados serán más débiles que las nuevas.

2. Complete la siguiente tabla con los datos de resistencia de carga de sus puentes.

Capas en el puente	0	1	2	3	4	5	6
Fuerza de carga	0						

III. Analizando los datos

1. Grafique con una calculadora graficadora o SAC los puntos usando la de sus datos. ¿Siguen los datos una tendencia aproximadamente lineal?



2. Utilice una calculadora graficadora o un SAC para encontrar la curva de regresión de sus datos.

3. Grafique en su calculadora graficadora o SAC la curva de regresión en su diagrama de dispersión de arriba.

4. ¿Cuál es la pendiente de la curva de regresión y qué nos dice?

5. Utilice la curva de regresión para predecir la resistencia de carga de un puente con seis capas.

6. Construya un puente con seis capas y encuentre su fuerza de carga. ¿Cómo se compara con la predicción de la curva de regresión?

Problema 2: Funciones exponenciales y pandemia.

La propagación de las enfermedades se ajusta en muchos casos a modelos exponenciales, al menos en sus primeras etapas. Piense que, si no se toman medidas de aislamiento, una persona puede contagiar a otra y si tiene pocos síntomas, a varias simultáneamente. Si estas personas a su vez contagian a otras, y estas a su vez a otras, el efecto de la infección de una persona es exponencial en la población. Es por eso que el año pasado, se hablaba mucho de "aplanar la curva", es decir, reducir, por medio de medidas de higiene y distanciamiento social, la tasa de contagios. En este problema, analizaremos los datos crudos de los contagios en los primeros 100 días de pandemia y veremos cómo se ajustan a un modelo exponencial.

1. Busque en un sitio de datos confiable (como worldometers.info, ourworldindata.org o para Guatemala no-ficcion.com) los datos de los casos nuevos de Covid-19 para los primeros cien días de la pandemia (deje indicada su fuente en el proyecto).

2. Con estos datos, construya una tabla como la siguiente:

x (número de días)	y (casos nuevos por día)	$\ln y$
1		
2		
3		
…		
100		

3. Use una calculadora graficadora o un SAC para graficar tanto los puntos **x vs. y** como **x vs $\ln y$**. ¿A qué curva se asemeja la primera? ¿Y la segunda?

4. Luego, usando siempre su calculadora gráfica o un SAC, haga una regresión lineal para **x vs. $\ln y$** y trace la gráfica de la ecuación resultante junto con los puntos graficados en (3). ¿Qué significa el intercepto? ¿Qué significa la pendiente? (Sugerencia: Use leyes de logaritmos para verificar que la función encontrada coincide con un modelo exponencial $y = y_0 e^{rx}$ y compare los elementos de las dos funciones).

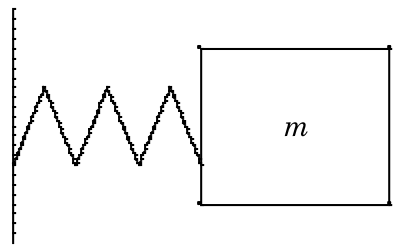
5. Repita los pasos (1) y (2) para un país de población mucho mayor que Guatemala, como Brasil, Estados Unidos o México, y busque, además, la población tanto de Guatemala como del segundo país. Recuerde que el día 1 es el día en que se reportó el primer caso para cada uno. Construya la siguiente tabla, con P_1 y P_2, como las poblaciones de Guatemala y el segundo país, respectivamente:

x (número de días)	y_1 (casos nuevos por día en Gt)	$c_1 = \frac{y_1}{P_1} * 10^5$	$\ln c_1$	y_2 (casos nuevos por día en 2º. país)	$c_2 = \frac{y_2}{P_2} * 10^5$	$\ln c_2$
1						
2						
3						
…						
100						

6. Los números c_1 y c_2, son los casos nuevos por cada 100,000 habitantes para cada país. Grafique los logaritmos naturales de c_1 y c_2, contra x, y encuentre una correlación lineal como en los pasos (3) y (4). Compare la gráfica de cada país. ¿Qué puede concluir al hacer la comparación? ¿Puede decir en qué país se propagó con más rapidez la enfermedad y con base en qué dato llega a esa conclusión? ¿Por qué es más útil comparar c_1 y c_2 que y_1 y y_2?

Problema 3: Un sistema masa – resorte

Un sistema masa resorte está formado por una masa m (en kilogramos) sujeta a un resorte cuya constante de proporcionalidad es k (en N/m).



Si en $t = 0$ segundos, la posición de la masa es s (en metros) y su velocidad es v (en metros por segundo), la función de posición $x(t)$ (en metros) para dicha masa en cualquier instante t viene dada por

$$x(t) = s\cos\sqrt{\frac{k}{m}}\,t + v\sqrt{\frac{m}{k}}\sin\sqrt{\frac{k}{m}}\,t$$

a) Construya una función de posición para un sistema masa-resorte con $m = 1$ kilogramo, $k = 4$ N/m, $s = 1$ m y $v = 1$ m/s.

b) Utilice un SAC para trazar la gráfica de la función anterior, durante los primeros 10 segundos en que se pone en movimiento la masa.

c) Exprese la función del inciso a) de la forma $C\cos(wt - \varphi)$.

d) Utilice un SAC para Dibujar las gráficas del inciso a) y del inciso c) en una misma ventana.

e) Utilice un SAC para determinar la amplitud, el período y el desfase de la función anterior.

En la gráfica de un sistema masa – resorte, al eje horizontal t se le llama eje de la posición de equilibrio. Utilice un SAC para aproximar. ¿En qué momento la masa pasa por la posición de equilibrio (corta al eje t) por primera vez? ¿Cómo puede determinarse analíticamente este valor?

Referencias

[1] Edwards y Penney. *Cálculo Con Geometría Analítica*. Séptima edición, Pearson-Prentice Hall.

[2] Castillo Miguel. *Instructivo para el Taller de Matemática Básica 1.* Segunda edición, Editorial Estudiantil Fenix.

[3] Stewart J. Redlin L. Watson S. *Precálculo.* Octava edición. Cengage Learning.

[4] Saquimux J. *Geometría de Precálculo*.

[5] Stewart J. Redlin L. Watson S. *Stewartmath.* Disponible en www.stewartmath.com