PROYECTO No. 2

Entrega: lunes 27 de abril

Introducción:

El desarrollo de la tecnología en el área de las computadoras y las calculadoras con capacidades numéricas, simbólicas y de graficación ha influido en las metodologías utilizadas en los procesos enseñanza aprendizaje de las matemáticas. Esto se debe en parte a que los Sistemas Algebraicos por Computadora (SAC) permiten visualizar todo tipo de gráficas y realizar una amplia variedad de cálculos que hace apenas algunos años era imposible. Los profesores del Departamento de Matemática de la Facultad de Ingeniería, conocedores de esta realidad hemos impulsado el uso de las nuevas tecnologías a través del taller de matemática y proyectos grupo. Esperamos que los estudiantes hagan el esfuerzo que les corresponde con el objetivo de obtener una formación integral.

Objetivos:

Uno de los objetivos de este proyecto es que el estudiante utilice los sistemas algebraicos asistidos por computadora en la solución de problemas de cálculo diferencial e integral. El segundo objetivo es fomentar el trabajo en equipo en la solución de problemas, específicamente en el área de matemática.

Instrucciones:

1. El proyecto será desarrollado en grupos de dos estudiantes.
2. Cuando se requiera, los problemas serán resueltos utilizando un SAC. Se recomienda utilizar *Mathematica, Scientific Notebook, MatLab, GeoGebra o Python.*
3. El informe debe ser presentado en forma digital en la plataforma indicada por su catedrático, en hojas tamaño carta, utilizando un procesador de texto y cuando el informe contenga gráficas, estás deben obtenerse por medio de un SAC. En ningún caso debe incluir contenido elaborado a mano.
4. El contenido del informe debe incluir al menos: introducción, objetivos, solución de los problemas, conclusiones, referencias.

Problema 1: Razones relacionadas

Un depósito tiene la forma de un cono circular recto, con su base hacia arriba. El cono tiene un radio en la parte superior de 5 pies, una altura de 10 pies y en su interior contiene agua hasta una profundidad de 7 pies.

a) Si al depósito se introduce un cilindro circular recto sólido, de 2 pies de radio y 4 pies de altura, que desciende a una velocidad constante de 0.1 pie por segundo, determine qué pasa primero: si el depósito se rebalsa o bien si el cilindro se detiene al hacer contacto con el cono.

b) ¿Cuánto tiempo transcurre desde que el cilindro hace contacto con el agua, hasta que se rebalsa o bien hace contacto con el cono (lo que ocurra primero)?

c) Calcule la razón a la cual aumenta la altura del agua en el depósito, cuando el cilindro tiene exactamente 1 pie sumergido dentro del agua.

d) Calcule la razón a la cual aumenta la altura cuando han transcurrido 10 segundos desde que el cilindro hace contacto con el agua.

e) Suponga ahora que al mismo depósito se introduce un cono circular recto, de 8 pies de altura y 4 pies de radio. El cono desciende a una velocidad constante de 0.1 pies por segundo y con el vértice hacia abajo. Determine si el depósito se rebalsa y en cuánto tiempo ocurre esto.

f) Determine la razón a la cual aumenta la altura del agua en el depósito cuando el cono que desciende se ha sumergido 1 pie en el agua.

g) ¿Qué tan rápido aumenta la altura del agua cuando han transcurrido 10 segundos?

Problema 2: Derretimiento de las capas de hielo en el Océano Ártico

Como usted ha de saber, una de las consecuencias más negativas del calentamiento global es el derretimiento de las capas de hielo en los polos. La siguiente tabla muestra la extensión en kilómetros cuadrados de la capa de hielo en el Océano Ártico, en función del mes del año, para los años 1980 (primera medición completa), 2012 (año en que la capa llegó a su mínimo) y 2018 (dato más reciente).

Mes	1980 extensión en millones de km^2	2012 extensión en millones de km^2	2017 extensión en millones de km^2
1	14.86	13.73	13.17
2	15.96	14.55	14.11
3	16.04	15.2	14.27
4	15.43	14.63	13.76
5	13.79	13.01	12.62
6	12.2	10.67	10.72
7	10.1	7.67	7.9
8	7.98	4.72	5.47
9	7.67	3.57	4.8
10	9.18	5.89	6.71
11	11.38	9.39	9.46
12	13.59	12.01	11.75

a) Usando los datos de la tabla, y con ayuda de un SAC, use regresión polinomial para construir las funciones polinomiales $P(x), Q(x), R(x)$ de mejor ajuste con la extensión en millones de kilómetros cuadrados de hielo marino como P, Q y R y el mes (usando los números de la tabla en lugar de los nombres) como x, para los años 1980, 2012 y 2017, respectivamente. Utilice 10 decimales al hacer los cálculos, pero redondee las respuestas de manera adecuada.

b) Grafique, usando un SAC, los modelos encontrados en el inciso (a) en un mismo rectángulo de visualización. ¿Qué puede concluir de la mera inspección visual de los modelos?

c) Use sus modelos, cálculo diferencial y un SAC para encontrar la extensión máxima y mínima del hielo marino para cada año. Resuma sus resultados en unas pocas oraciones para cada modelo y compare cualquier similitud y / o diferencia entre los dos años (máximo, mínimo, mes de máximo / mínimo, tiempo entre máximo / mínimo, etc.)

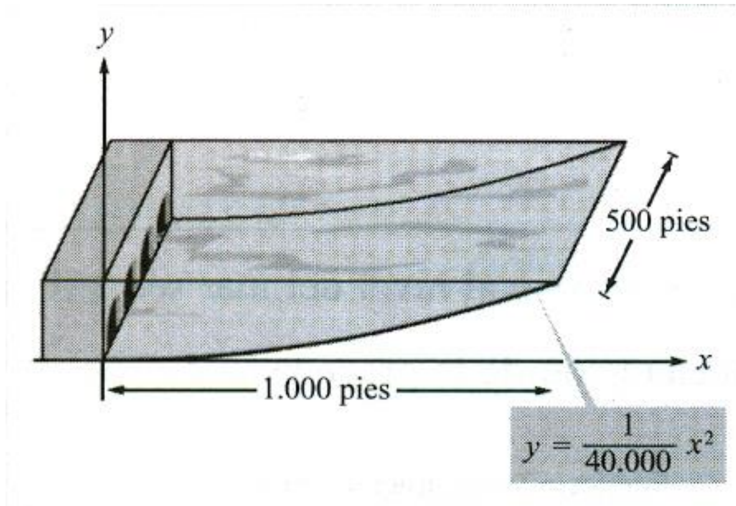
d) Use sus modelos para encontrar el mes en el que hielo marino se derrite con más rapidez. Resuma sus resultados en unas pocas oraciones para cada modelo, incluyendo qué tan rápido se derritió el hielo en estos puntos, y compare cualquier similitud y diferencia entre los tres años. Su resumen debe abordar la pregunta: ¿Es la velocidad de derretimiento del hielo significativamente diferente entre cualquiera de los tres años? (Sugerencia: las unidades son importantes para este inciso)

Problema 3: Producción de energía mareomotriz

Las plantas de producción de energía eléctrica que utilizan la marea como fuente de energía tienen una presa que separa el mar de una bahía artificial. La energía eléctrica se produce por la entrada y salida de agua entre la bahía y el mar al pasar por las turbinas localizadas en la presa. La cantidad de energía depende del volumen de la bahía y de la diferencia de alturas entre la marea baja y la marea alta, llamada rango de marea.

3.1 Considere una bahía que tiene la forma de un depósito, como se muestra en la figura. La bahía tiene un rango de marea de 40 pies, con la marea baja que corresponde a $y = 0$ y la marea alta que corresponde a $y = 40$. Calcule el volumen de la bahía cuando la marea está alta.

3.2 La cantidad de energía producida durante el llenado o el vaciado de la bahía es proporcional a la cantidad de trabajo requerido para llenar o vaciar la bahía. Calcule el trabajo realizado para llenar la bahía con agua de mar. (Utilizar una densidad de agua de mar de 64 libras por pie cúbico)



Referencias

[1] Stewart J. Cálculo de una variable, trascendentes tempranas, sexta edición. Cengage Learning.

[2] Castillo Miguel. Instructivo para el uso de los Programas *Scientific Notebook* y *Mathematica.*

[3] Edwards y Penney. Cálculo con geometría analítica, cuarta edición. Prentice hall.

[4] Pfaff, Thomas J. Calculus Projects. En *Sustainability Math: A Quantitative Literacy and Mathematics Resource for Instructors*. Disponible en: http://sustainabilitymath.org/calculus-materials/

[5] Castillo, Miguel. Matemática en línea. Disponible en: http://matematicaenlinea.com