Proyecto 2

Fecha de entrega: lunes 12 de octubre de 2020

Introducción:

El desarrollo de proyectos es muy importante debido a que para resolver los problemas, el estudiante debe realizar un análisis matemático así como realizar los cálculos utilizando el software que consideren conveniente. Entre los programas que pueden utilizar están: Scientific Notebok, Mathematica, Maple, derive, Mathlab, etc.

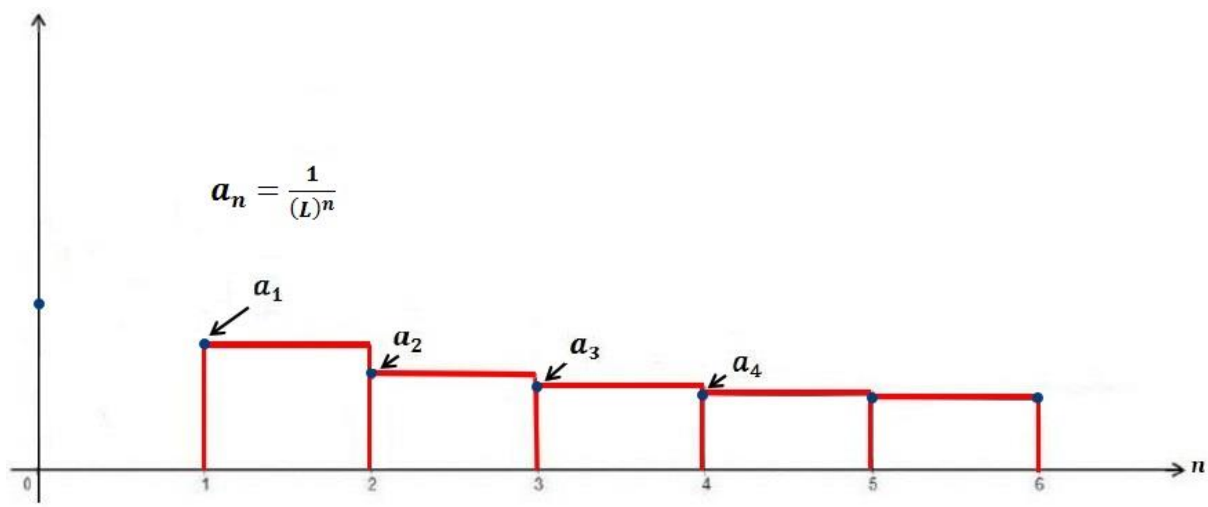
El informe debe ser presentado utilizando un procesador de textos, en cuyo caso deben importarse los resultados del programa matemático o bien editando completamente el informe con el editor que incluyen algunos programas como Scientific Notebook, Mathematica y Maple.

Problema 1:

Series

A continuación se da un tramo de la gráfica de: $\boldsymbol{a_n} = \frac{\mathbf{1}}{(\boldsymbol{L})^{\boldsymbol{n}}}$ en la cual se trazaron los primeros rectángulos (que se repiten en el infinito) que llenan la siguientes condiciones:

La base de cada uno de los rectángulos es un intervalo de longitud 1. La altura es igual al valor de la función en el punto donde inicia el rectángulo (lado izquierdo del rectángulo). En el gráfico se muestran solamente 5 rectángulos pero se siguen generando hasta el infinito.



De tal manera que él área de los rectángulos quedan así:

Primer rectángulo es: $\mathbf{1}\left[\frac{\mathbf{1}}{(\boldsymbol{L})^{\mathbf{1}}}\right]$

Segundo rectángulo es: $\mathbf{1}\left[\frac{\mathbf{1}}{(\boldsymbol{L})^{\mathbf{2}}}\right]$

Tercer rectángulo es: $\mathbf{1}\left[\frac{\mathbf{1}}{(\boldsymbol{L})^{\mathbf{3}}}\right]$

Se repite el proceso anterior de manera recurrente, hasta el infinito como se puede observar.

Tomando en cuenta el proceso anterior y sabiendo que L es la suma de los dígitos de su número de carnet, deben usar una serie para calcular lo siguiente:

Escribir una serie (debe dejar constancias de todos los pasos que lo lleven a encontrar la serie final) en función de L, luego sustituya L por el valor númérico obtenido al sumar todos los número de su carnet para calcular lo siguiente:

a. La suma del área de todos los rectángulos que se generan en en el intervalo $\mathbf{1 \leq n < \infty}$.
b. La suma de las alturas de todos los rectácgulos.
c. La suma de los perímetros de todos los rectángulos.

Problema 2: Ecuaciones polares de las cónicas

En 1609 el matemático y astrónomo alemán Johannes Kepler, con base a enormes cantidades de datos astronómicos, publicó tres leyes del movimiento planetario, de estas, mencionaremos solamente la primera:

Un planeta gira alrededor del Sol en órbita elíptica con el sol en un foco.

Aun cuando Kepler formuló sus leyes en términos del movimiento de planetas alrededor del Sol, aplican bien al movimiento de cometas, satélites y otros cuerpos que giran sujetos a una sola fuerza gravitacional.

Para fines de cálculos astronómicos, es útil expresar la ecuación de una elipse, en términos de su excentricidad e y su semieje mayor a. Se puede escribir la distancia d del foco a la directriz en términos de a si usa:

$$a^2 = \frac{e^2 d^2}{\left(1-e^2\right)^2} \quad \Rightarrow \quad d^2 = \frac{a^2\left(1-e^2\right)^2}{e^2} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{a\left(1-e^2\right)}{e}$$

Entonces $ed = a\left(1-e^2\right)$, si la directriz es $x = d$.

Entonces la ecuación polar de una elipse con foco en el origen con semieje mayor a y excentricidad e es:

$$r = \frac{ed}{1+e\cos\theta}$$

Las posiciones más cercana y más lejana de un planeta que al Sol, se denominan **perihelio y afelio**, respectivamente, y corresponden a los vértices de la elipse.

Las distancias anteriores están dadas por:

Al perihelio: $a(1-e)$

Al afelio: $a(1+e)$

Para cada uno de los incisos siguientes, grafique a una escala adecuada, de acuerdo a lo pedido, de tal manera que se vea bien cada una de las órbitas en color diferente.

2.1 Utilice un programa de cómputo que tenga la capacidad de dibujar gráficas en coordenadas polares. Para $0 < e < 1$, dibuje simultáneamente y de diferentes colores, las representaciones gráficas para los valores de $e = 0.3, 0.5, 0.7$ manteniendo d fijo en $d = 3$.

2.2 Luego dibuje simultáneamente una representación gráfica manteniendo e fijo en $e = 0.4$ y haciendo variar d en $d = 2, 4, 6.$ Explique los resultados obtenidos en ambas gráficas. ¿Qué cónica se produce?

2.3 Para $e = 1,$ dibuje simultáneamente cuando se hace variar el valor de $d = 1, 3, 8.$ ¿Qué cónica se obtiene?

2.4 Para $e > 1$ Dibuje Simultáneamente la representación gráfica para los valores de $e = 1.5, 4, 7,$ manteniendo d fijo en $d = 3$

2.5 Dibuje simultáneamente la representación gráfica para los valores de $d = 2, 4, 6.$ y manteniendo e fijo en $e = 3.$ ¿Qué cónica se obtiene?

2.6 ¿Cómo cambia la gráfica en cada uno de los incisos anteriores, al variar los valores de e y de d? Explique claramente.

2.7 Use los datos de la tabla siguiente para efectuar lo que se le pide, en todos los casos el eje polar interseca con la órbita del exoplaneta en el perihelio (la distancia más pequeña al Sol) de los 5 exoplanetas de Kepler 444.

Exoplaneta	**Excentricidad e**	**Semieje mayor (unidades astronómicas)**
Kepler-444b	0.16	0.042
Kepler-444c	0.31	0.049
Kepler-444d	0.18	0.060
Kepler-444e	0.10	0.070
Kepler-444f	0.29	0.811

Encuentre una ecuación para las órbitas de los exoplanetas Kepler-444c, Kepler-444e y Kepler-444f.

2.8 Dibuje simultáneamente (en un recuadro donde se visualicen claramente las órbitas) las órbitas de los planetas Kepler-444b, Kepler-444d y Kepler-444f exoplanetas de **Kepler-444** que es una estrella ubicada a unos 117 años luz de la Tierra en la constelación de Lyra, con una edad estimada en unos 11,8 ±1 miles de millones de años. Pertenece a un sistema triple, con dos compañeras enanas rojas muy juntas, a una distancia de unas 60 UA, el doble de la distancia del Sol a Neptuno. El 27 de enero de 2015, la administración del Telescopio

Espacial Kepler reportó la confirmación de la detección de los cinco exoplanetas rocosos de tamaño inferior a la Tierra orbitando la estrella.

Escoja una escala de tal forma que la órbita mayor ocupe casi todo el rectángulo de visualización, para que las tres se puedan ver claramente.

2.9 Calcule los valores correspondientes del perihelio y el afelio de cada uno de los exoplanetas.

2.10 Calcule las distancias que se le indican para cada exoplaneta, según los valores de θ indicados en la tabla.

Planeta	**Ángulos**
Kepler-444b	$\theta = \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{6}.$
Kepler-444d	$\theta = \frac{5\pi}{12}, \frac{3\pi}{2}.$
Kepler-444f	$\theta = \frac{7\pi}{4}, \frac{4\pi}{3}.$

Referencias

[1] James Stewart. Cálculo de varias variables, Octava edición. CENGAGE Learning.

[2] Cálculo Trascendentes tempranas. Denis G. Zill, Warren S. Wright. Mc Graw Hill, cuarta edición.

[3] Edwards y Penny. Cálculo con Geometría analítica, 4a edición, Editorial PRENTICE HALL HISPANOAMERICANA, S. A.

[4] Edwin J. Purcell y Dalle Varberg. Calculo con geometría analítica. PRENTICE HALL. Sexta edición.

[5] Castillo Miguel. Instructivo para el uso de los Programas *Scientific Notebook*, *Matemática y Mathcad*

[6] https://es.wikipedia.org/wiki/Kepler-444

[7] http://mate.ingenieria.usac.edu.gt