Proyecto 2

Fecha de entrega: lunes 11 de octubre de 2021

Introducción:

El desarrollo del proyecto se hará en grupo formado por tres integrantes como máximo y es muy importante debido a que para resolver los problemas, el grupo debe realizar un análisis matemático así como realizar los cálculos utilizando el software que consideren conveniente. Entre los programas que pueden utilizar están: Scientific Notebok, Mathematica, Maple, derive, Mathlab, etc.

El informe debe ser presentado utilizando un procesador de textos, en cuyo caso deben importarse los resultados del programa matemático o bien editando completamente el informe con el editor que incluyen algunos programas como Scientific Notebook, Mathematica y Maple.

Problema 1:

Series

Inicialmente se tiene un cuadrado morado de lado L_0 (gráfico 1), en el cual se inscribe un cuadrado blanco de L_1 con los vértices en los puntos medios de los lados del cuadrado morado (Gráfico 2), a continuadción se inscribe un cuadrado morado en el cuadrado blanco de L_2 con los vertices en los puntos medios de los lados del cuadrado blanco, a continuación se inscribe un cuadrado blanco de L_3 con los vértices en los puntos medios de los lados del cuadrado morado (Grafico 3). Los pasos anteriores se repiten una y otra vez de manera recurrente, hasta el infinito, puede observar los gráficos 4, 5 y 6.

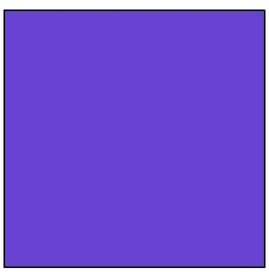
Gráfico 1

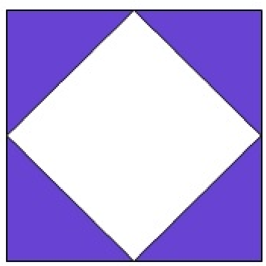
Gráfico 2

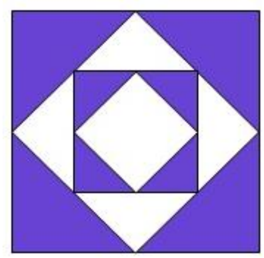
Gráfico 3

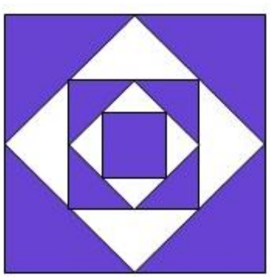
Gráfico 4

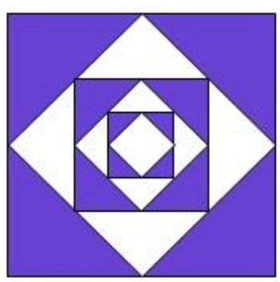
Gráfico 5

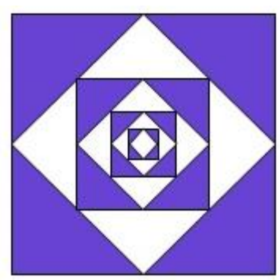
Gráfico 6

Tomando en cuenta el proceso anterior y sabiendo que L_0 es la suma del último dígito del carnet, de cada uno de los integrantes del grupo, deben hacer lo siguente:

Escribir una serie (debe dejar constancias de todos los pasos que lo lleven a encontrar la serie final) en función de L_0, luego sustituya L_0 por el valor numérico obtenido al sumar todos los número de su carnet para calcular lo siguiente:

a. La suma del área de todos los triángulos morados que queda a partir de que se inscribió el primer cuadrado blanco.
b. La suma de las alturas de todos los triángulos morados.
c. La suma de las áreas de todos los cuadrados blancos.
d. La suma de las alturas de todos los triángulos morados.

Problema 2: Ecuaciones polares de las cónicas

En 1609 el matemático y astrónomo alemán Johannes Kepler, con base a enormes cantidades de datos astronómicos, publicó tres leyes del movimiento planetario, de estas, mencionaremos solamente la primera:

Un planeta gira alrededor del Sol en órbita elíptica con el sol en un foco.

Aun cuando Kepler formuló sus leyes en términos del movimiento de planetas alrededor del Sol, aplican bien al movimiento de cometas, satélites y otros cuerpos que giran sujetos a una sola fuerza gravitacional.

Para fines de cálculos astronómicos, es útil expresar la ecuación de una elipse, en términos de su excentricidad e y su semieje mayor a. Se puede escribir la distancia d del foco a la directriz en términos de a si usa:

$$a^2 = \frac{e^2 d^2}{\left(1-e^2\right)^2} \quad \Rightarrow \quad d^2 = \frac{a^2\left(1-e^2\right)^2}{e^2} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{a\left(1-e^2\right)}{e}$$

Entonces $ed = a\left(1-e^2\right)$, si la directriz es $x = d$.

Entonces la ecuación polar de una elipse con foco en el origen con semieje mayor a y excentricidad e es:

$$r = \frac{ed}{1+e\cos\theta}$$

Las posiciones más cercana y más lejana de un planeta que al Sol, se denominan **perihelio y afelio**, respectivamente, y corresponden a los vértices de la elipse.

Las distancias anteriores están dadas por:

Al perihelio: $a(1-e)$

Al afelio: $a(1+e)$

Para cada uno de los incisos siguientes, grafique a una escala adecuada, de acuerdo a lo pedido, de tal manera que se vea bien cada una de las órbitas en color diferente.

2.1 Utilice un programa de cómputo que tenga la capacidad de dibujar gráficas en coordenadas polares. Para $0 < e < 1$, dibuje simultáneamente y de diferentes colores, las representaciones gráficas para los valores de $e = 0.2, 0.4, 0.6$ manteniendo d fijo en $d = 4.$

2.2 Luego dibuje simultáneamente una representación gráfica manteniendo e fijo en $e = 0.5$ y haciendo variar d en $d = 3, 5, 7.$ Explique los resultados obtenidos en ambas gráficas. ¿Qué cónica se produce?

2.3 Para $e = 1,$ dibuje simultáneamente cuando se hace variar el valor de $d = 3, 6, 9.$ ¿Qué cónica se obtiene?

2.4 Para $e > 1$ Dibuje Simultáneamente la representación gráfica para los valores de $e = 1.5, 3, 8$ manteniendo d fijo en $d = 4$

2.5 Dibuje simultáneamente la representación gráfica para los valores de $d = 4, 6, 8.$ y manteniendo e fijo en $e = 2.$ ¿Qué cónica se obtiene?

2.6 ¿Cómo cambia la gráfica en cada uno de los incisos anteriores, al variar los valores de e y de d? Explique claramente.

2.7 Use los datos de la tabla siguiente para efectuar lo que se le pide, en todos los casos el eje polar interseca con la órbita del planeta enano en el perihelio (la distancia más pequeña al Sol).

Exoplaneta	**Excentricidad e**	**Perihelio**	**Afelio**
Ceres	0.0798	2.55 UA.	2.99 UA.
Plutón	0.2481	29.67 UA.	48.86 UA.
Makemake	0.1500	38.5 UA.	53.07 UA.
Eris	0.4412	35 UA	97 UA.

Nota: Una UA. Equivale a 149.7 millones de kilómetros y es la distancia promedio de la tierra al sol.

Encuentre una ecuación para las órbitas de los planetas enanos Ceres, Plutón, Makemake y Eris.

2.8 Dibuje simultáneamente (de tal manera que se visualicen claramente) las órbitas de los planetas Plutón, Makemake y Eris.

Escoja una escala de tal forma que la órbita de Eris ocupe casi todo el rectángulo de visualización, para que las cuatro se puedan ver claramente.

2.9 Calcule los valores correspondientes del eje menor y el eje mayor de cada uno de los planetas enanos.

2.10 Calcule las distancias que se le indican para cada planeta enano, según los valores de θ indicados en la tabla.

Planeta	**Ángulos**
Ceres	$\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{3}.$
Plutón	$\theta = \frac{\pi}{12}, \frac{3\pi}{2}.$
Makemake	$\theta = \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{3}.$

Referencias

[1] James Stewart. Cálculo de varias variables, Octava edición. CENGAGE Learning.
[2] Cálculo Trascendentes Tempranas. Denis G. Zill, Warren S. Wright. Mc Graw Hill, cuarta edición.
[3] Edwards y Penny. Cálculo con Geometría analítica, 4a edición, Editorial PRENTICE HALL HISPANOAMERICANA, S. A.
[4] Edwin J. Purcell y Dalle Varberg. Calculo con geometría analítica. PRENTICE HALL. Sexta edición.
[5] Castillo Miguel. Instructivo para el uso de los Programas *Scientific Notebook*, *Matemática y Mathcad*
[6] https://cienciasdelsur.com/2017/06/26/pluton-planetas-enanos-del-sistema-solar/
[7] http://mate.ingenieria-usac.edu.gt