

Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemática
MATEMÁTICA INTERMEDIA 2
Fecha de entrega: miércoles 3 de noviembre de 2021

PROYECTO NO. 2

Descripción

El proyecto No. 2 del curso trata sobre los temas de superficies paramétricas y sus áreas. Debe desarrollarse en grupos de 4 estudiantes, siguiendo la guía de informes de proyectos del Departamento de Matemática.

Superficies paramétricas

Igual que como se describió una curva en el espacio mediante una función vectorial $r(t)$ de un parámetro t , se puede describir una superficie mediante una función vectorial $r(u, v)$ de dos parámetros u y v . Suponga que

$$r(u, v) = x(u, v)i + y(u, v)j + z(u, v)k$$

Es una función con un vector con valor definido en una región D del plano uv . Por lo que x , y y z , las funciones componentes de r , son funciones de dos variables u y v con dominio D . El conjunto de todos los puntos (x, y, z) en \mathbb{R}^3 es tal que

$$x = x(u, v) \quad y = y(u, v) \quad z = z(u, v)$$

y (u, v) varía a todo lo largo de D , se llama superficie paramétrica S y las ecuaciones anteriores se llaman ecuaciones paramétricas de S .

Problema 1

Use una computadora para graficar las siguientes superficies paramétricas:

- $r(u, v) = \langle u \cos v, u \sin v, u \rangle$
- $r(u, v) = \langle u \cos v, u \sin v, u^2 \rangle$
- $r(u, v) = \langle \cos v \sin u, \sin v \sin u, \cos u \rangle$
- $r(u, v) = \langle \cos u, \sin u, v \rangle$
- $r(u, v) = \langle u \cos v, u \sin v, v \rangle$

Área de una superficie paramétrica

Si una superficie paramétrica suave S está dada por la ecuación

$$r(u, v) = x(u, v)i + y(u, v)j + z(u, v)k \quad (u, v) \in D$$

Y S es cubierta solo una vez cuando (u, v) abarca todo el dominio paramétrico D , entonces el área de S es

$$A(S) = \iint_D |r_u \times r_v| dA$$

Donde $r_u = \frac{\partial x}{\partial u}i + \frac{\partial y}{\partial u}j + \frac{\partial z}{\partial u}k$ y $r_v = \frac{\partial x}{\partial v}i + \frac{\partial y}{\partial v}j + \frac{\partial z}{\partial v}k$

Problema 2

Determine el área de la siguientes superficies paramétricas.

- a) $r(u, v) = \langle \cos u, \sin u, v \rangle, \quad 0 \leq u \leq 2\pi, \quad 0 \leq v \leq 2$
- b) $r(u, v) = \langle \cos v \sin u, \sin v \sin u, \cos u \rangle, \quad 0 \leq v \leq 2\pi, \quad 0 \leq u \leq \pi$
- c) $r(u, v) = \langle u \cos v, u \sin v, u \rangle, \quad 0 \leq v \leq 2\pi, \quad 0 \leq u \leq 2$
- d) $r(u, v) = \langle u \cos v, u \sin v, u^2 \rangle, \quad 0 \leq v \leq 2\pi, \quad 0 \leq u \leq 2$

Bibliografía

1. Cálculo de varias variables. Trascendentes Tempranas. James Stewart. Octava edición. Cengage Learning.
2. Cálculo con trascendentes tempranas. Edwards & Penney. Séptima edición. Prentice Hall.
3. Cálculo Tomo II. Larson, Ron, et al. Décima edición. Cengage Learning.