Matemática Intermedia III **Proyecto 2**
Primer semestre de 2020 **Facultad de Ingeniería**

Fecha de entrega: viernes 24 de abril de 2020

Introducción:

El desarrollo de proyectos, es importante en la formación académica del estudiante ya que le permite interactuar con sus compañeros en la solución de problemas de alta dificultad, que requieren el uso de recursos tecnológicos. Para resolver los problemas, el grupo de estudiantes debe realizar el análisis matemático de los mismos, así como realizar los cálculos utilizando el software que consideren conveniente. Entre los programas que puede utilizar están: Scientific Notebook, Mathematica, Maple, derive, Mathlab, etc.

El informe debe ser presentado utilizando un procesador de textos, en cuyo caso deben importarse los resultados del programa matemático o bien editando completamente el informe con el editor que incluyen algunos programas como Scientific Notebook, Mathematica y Maple

Nota: Desarrolle a mano las primeras tres iteraciones, las siguientes iteraciones pueden efectuarse en Excel.

Problema 1:

Temas a Desarrollar:

a) Métodos de Euler y análisis de error
   - a.1) Método de Euler
   - a.2) Método de Euler mejorado
   - a.3) Errores en los métodos numéricos

b) Métodos de Runge-Kutta
   - b.1) Método de Runge-Kutta de primer orden
   - b.2) Método de Runge-Kutta de segundo orden
   - b.3) Método de Runge-Kutta de cuarto orden

Del libro de texto: ECUACIONES DIFERENCIALES con problemas con valores de frontera. Novena Edición. Dennis G. Zill, Warren S. Wright. **Resuelva siguientes problemas**

Sección	**Página**	**Problemas**
2.6	80	2, 4, 5.
9.1	373	1, 7, 11.
9.2	377	2, 7, 11.

Problema 2:

1. En el siguiente problema elabore una tabla donde se comparen los valores indicados de $y(x)$ obtenidos con los métodos de Euler, de Euler mejorado y de Runge-Kutta de cuarto orden. Redondee sus cálculos a cinco decimales y use h=0.1 y h=0.05
   $y' = \sqrt{x+y}$; $y(0.5) = 0.5$
   $y(0.6)$, $y(0.8)$, $y(1.0)$
2. Dada la ecuación diferencial $x\dfrac{dy}{dx} - 4y = x^6 e^x$, utilice el método de Runge-Kutta de cuarto orden para determinar el porcentaje de error que se produce para la aproximación $y(1.5)$, sabiendo que $y(1) = 1$ y que la magnitud del paso es de 0.1. Utilice una aproximación de 5 decimales. Tabule los datos calculados en una tabla e indique cual es la solución. Si se utilizara el método aproximación de Euler ¿Cuál sería la diferencia de error entre Euler y Runge-Kutta en $y(1.2)$?
3. El desplazamiento de cierta partícula está descrito por la ecuación diferencial $\dfrac{dy}{dx} = 0.9y - 1.8y^2$, donde "$y$" se mide en metros y para cierto tiempo "x" en segundos. Utilice el método de Euler Mejorado para aproximar el número de metros durante el primer segundo de movimiento. Suponga que en el tiempo igual a cero hay 0.47 metros, es decir $y(0) = 0.47$ y el tiempo está en el intervalo $[0,1]$ con h=0.1

Referencias

[1] ECUACIONES DIFERENCIALES CON PROBLEMAS EN LA FRONTERA, NOVENA edición. Dennis G. Zill Warren S Wright. CENGAGE.

ANEXO

EJERCICIOS 2.6

Las respuestas a los problem

En los problemas 1 y 2 use el método de Euler para obtener una aproximación a cuatro decimales del valor indicado, ejecute a mano la ecuación de recursión (3), usando primero $h = 0.1$ y después usando $h = 0.05$.

1. $y' = 2x - 3y + 1, y(1) = 5;\quad y(1.2)$

2. $y' = x + y^2, y(0) = 0;\quad y(0.2)$

En los problemas 3 y 4 use el método de Euler para obtener una aproximación a cuatro decimales del valor indicado. Primero, utilice $h = 0.1$ y después utilice $h = 0.05$. Determine una solución explícita para cada problema con valores iniciales y después construya tablas similares a las tablas 2.6.3 y 2.6.4.

3. $y' = y, y(0) = 1;\quad y(1.0)$

4. $y' = 2xy, y(1) = 1;\quad y(1.5)$

En los problemas 5-10 use un solucionador numérico y el método de Euler para obtener una aproximación a cuatro decimales del valor indicado. Primero, utilice $h = 0.1$ y después utilice $h = 0.05$.

5. $y' = e^{-y}, y(0) = 0;\quad y(0.5)$

EJERCICIOS 9.1

Las respuestas a los pro

En los problemas 1-10, use el método de Euler mejorado para obtener una aproximación de cuatro decimales del valor indicado. Primero use $h = 0.1$ y después $h = 0.05$.

1. $y' = 2x - 3y + 1, y(1) = 5; \quad y(1.5)$

2. $y' = 4x - 2y, y(0) = 2; \quad y(0.5)$

3. $y' = 1 + y^2, y(0) = 0; \quad y(0.5)$

4. $y' = x^2 + y^2, y(0) = 1; \quad y(0.5)$

5. $y' = e^{-y}, y(0) = 0; \quad y(0.5)$

6. $y' = x + y^2, y(0) = 0; \quad y(0.5)$

7. $y' = (x - y)^2, y(0) = 0.5; \quad y(0.5)$

8. $y' = xy + \sqrt{y}, y(0) = 1; \quad y(0.5)$

9. $y' = xy^2 - \dfrac{y}{x}, y(1) = 1; \quad y(1.5)$

10. $y' = y - y^2, y(0) = 0.5; \quad y(0.5)$

11. Considere el problema con valores iniciales $y' = (x + y - 1)^2, y(0) = 2$. Use el método de Euler mejorado con $h = 0.1$ y $h = 0.05$ para obtener los valores aproximados de la solución en $x = 0.5$. En cada paso compare el valor aproximado con el valor real de la solución analítica.

...usado en RKF45 *no* es el mismo que se presenta en (6).

EJERCICIOS 9.2 *Las respuestas a los problemas seleccionados con número impar comienzan en la página RES-16.*

1. Use el método RK4 con $h = 0.1$ para aproximar $y(0.5)$, donde $y(x)$ es la solución del problema de valores iniciales $y' = (x + y - 1)^2$, $y(0) = 2$. Compare este valor aproximado con el valor real obtenido en el problema 11 de los ejercicios 9.1.

2. Suponga que $w_2 = \frac{3}{4}$ en (4). Use el método de Runge-Kutta de segundo orden resultante para aproximar $y(0.5)$, donde $y(x)$ es la solución del problema con valores iniciales en el problema 1. Compare este valor aproximado con el valor obtenido en el problema 11 en los ejercicios 9.1.

En los problemas 3-12, use el método RK4 con $h = 0.1$ para obtener una aproximación de cuatro decimales del valor indicado.

3. $y' = 2x - 3y + 1, y(1) = 5; \quad y(1.5)$

4. $y' = 4x - 2y, y(0) = 2; \quad y(0.5)$

5. $y' = 1 + y^2, y(0) = 0; \quad y(0.5)$

6. $y' = x^2 + y^2, y(0) = 1; \quad y(0.5)$

7. $y' = e^{-y}, y(0) = 0; \quad y(0.5)$

8. $y' = x + y^2, y(0) = 0; \quad y(0.5)$

9. $y' = (x - y)^2, y(0) = 0.5; \quad y(0.5)$

10. $y' = xy + \sqrt{y}, y(0) = 1; \quad y(0.5)$

11. $y' = xy^2 - \frac{y}{x}, y(1) = 1; \quad y(1.5)$

12. $y' = y - y^2, y(0) = 0.5; \quad y(0.5)$

13. Si la resistencia del aire es proporcional al cuadrado de la velocidad instantánea, entonces la velocidad v de una masa m que se deja caer desde cierta altura se determina de

$$m\frac{dv}{dt} = mg - kv^2, \qquad k > 0.$$

Sea $v(0) = 0$, $k = 0.00008$, $m = 75$ kg y $g = 9.8$ m/s^2.

a) Use el método RK4 con $h = 1$ para aproximar la velocidad $v(5)$.

b) Utilice un programa de solución numérica para trazar la gráfica solución del PVI sobre el intervalo [0, 6].

c) Utilice la separación de variables para resolver el PVI y luego determine el valor real $v(5)$.

14. Un modelo matemático para el área A (en cm^2) que ocupa una colonia de bacterias (*B. dendroides*) está dada por

$$\frac{dA}{dt} = A(2.128 - 0.0432A).*$$

* Vea Vladimir A. Kostitzin, *Mathematical Biology*, Londres, Harrap, 1939.